

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta



Disertační práce

**Nové metody a přístupy k analýze a prognóze
ekonomických časových řad**

Autor: Ing. Aleš Křištof

Školitel: Doc.RNDr. Bohumil Kába, CSc.

Katedra statistiky

OBSAH

Obsah	2
Seznam obrázků	4
Seznam tabulek	5
Anotace	7
Annotation.....	8
Úvod.....	9
Cíl disertační práce.....	10
Literární řešerše.....	11
1. Vymezení prognóz a jejich klasifikace	11
1.1. Klasifikace ekonomických prognóz.....	12
1.2. Některé specifické problémy analýzy časových řad	13
1.2.1. Problémy s volbou časových bodů pozorování	13
1.2.2. Problémy s kalendářem.....	13
1.2.3. Problémy nesrovnalostí jednotlivých měření	14
1.2.4. Problémy s délkou časových řad	14
1.3. Cíle analýzy časových řad.....	15
Metodika	16
2. Metody modelování ekonomických časových řad.....	16
2.1. Základní koncepce modelování časových řad.....	16
2.1.1. Klasický model	17
2.2. Systemizace časových řad.....	19
2.3. Klasické analytické modely	19
2.4. Modely exponenciálního vyrovnávání.....	23
2.5. Boxova-Jenkinsova metodologie	26
2.5.1. Autoregresní procesy	31
2.5.2. Procesy klouzavých průměrů.....	32
2.5.3. Smíšené procesy	33
2.5.4. Model náhodné procházky (Random walk process).....	35
2.5.5. Procesy ARIMA	35

2.5.6.	Sezónní stacionární procesy SAR, SMA a SARMA.....	39
2.5.7.	Sezónní nestacionární procesy SARIMA	40
3.	Kritéria výběru vhodného modelu	42
3.1.	Věcně ekonomická kritéria	43
3.2.	Statistická kritéria na základě rozboru vývoje empirických charakteristik	43
3.3.	Statistická kritéria využívajících prostředků popisné a matematické statistiky	45
3.3.1.	Souhrnná kritéria	45
3.3.2.	Strukturní kritéria.....	50
3.4.	Použití rozhodovacího schématu pro výběr vhodné metody	51
3.5.	Výběr vhodného rozhodovacího postupu.....	52
	Výsledky práce.....	54
4.	Analyzované časové řady.....	54
4.1.	Roční časové řady	55
4.2.	Čtvrtletní časové řady	58
4.3.	Měsíční časové řady	59
5.	Použitý software.....	61
5.1.	Seznam použitých modelů	61
6.	Výsledková část	67
6.1.	Dílčí výsledky (dle jednotlivých skupin časových řad)	67
6.1.1.	Roční časové řady – výsledky	68
6.1.2.	Čtvrtletní časové řady – výsledky.....	68
6.1.3.	Měsíční časové řady - výsledky.....	69
6.2.	Souhrnné výsledky	69
6.2.1.	Hodnocení úspěšnosti jednotlivých modelů	70
6.2.2.	Konstrukce rozhodovacího schématu	103
	Závěr	109
	Seznam použité literatury.....	111
	Přílohy	112
7.	Tabulková část	113

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek č. 1: Stacionární časová řada	28
Obrázek č. 2: Nestacionární časová řada	34
Obrázek č. 3: Riedovo rozhodovací schéma	52
Obrázek č. 4: Ukázka tabulky pro zaznamenání úspěšnosti skupin modelů.....	67
Obrázek č. 5: Rozhodovací schéma časových řad v AS NH ČR.....	104
Obrázek č. 6: Rozhodovací schéma – podskupina roční časové řady.....	105
Obrázek č. 7: Rozhodovací schéma – podskupina čtvrtletní časové řady	106
Obrázek č. 8: Rozhodovací schéma – podskupina měsíční časové řady	108

SEZNAM TABULEK

Tabulka č. 1: Členění prognóz podle ekonomické úrovně.....	12
Tabulka č. 2: Tvary ACF a PACF modelů AR, MA a ARMA.....	37
Tabulka č. 3: Použití diferencí	44
Tabulka č. 4: Časové řady roční – dlouhé (MAPE \leq 5).....	71
Tabulka č. 5: Časové řady roční – dlouhé (MAPE \leq 10).....	72
Tabulka č. 6: Časové řady roční – dlouhé (MAPE \leq 15).....	73
Tabulka č. 7: Časové řady roční – krátké (MAPE \leq 5).....	73
Tabulka č. 8: Časové řady roční – krátké (MAPE \leq 10).....	74
Tabulka č. 9: Časové řady roční – krátké (MAPE \leq 15).....	75
Tabulka č. 10: Časové řady roční – velmi krátké (MAPE \leq 5).....	76
Tabulka č. 11: Časové řady roční – velmi krátké (MAPE \leq 10).....	76
Tabulka č. 12: Časové řady roční – velmi krátké (MAPE \leq 15).....	77
Tabulka č. 13: Časové řady čtvrtletní – dlouhé (MAPE \leq 5).....	78
Tabulka č. 14: Časové řady čtvrtletní – dlouhé (MAPE \leq 10).....	80
Tabulka č. 15: Časové řady čtvrtletní – dlouhé (MAPE \leq 15).....	81
Tabulka č. 16: Časové řady čtvrtletní – krátké (MAPE \leq 5)	83
Tabulka č. 17: Časové řady čtvrtletní – krátké (MAPE \leq 10)	84
Tabulka č. 18: Časové řady čtvrtletní – krátké (MAPE \leq 15)	86
Tabulka č. 19: Časové řady měsíční – velmi dlouhé (MAPE \leq 5)	88
Tabulka č. 20: Časové řady měsíční – velmi dlouhé (MAPE \leq 10)	88
Tabulka č. 21: Časové řady měsíční – velmi dlouhé (MAPE \leq 15)	90
Tabulka č. 22: Časové řady měsíční –dlouhé (MAPE \leq 5).....	92
Tabulka č. 23: Časové řady měsíční –dlouhé (MAPE \leq 10).....	93
Tabulka č. 24: Časové řady měsíční – dlouhé (MAPE \leq 15).....	94
Tabulka č. 25: Časové řady měsíční – střední (MAPE \leq 5).....	96
Tabulka č. 26: Časové řady měsíční – střední (MAPE \leq 10).....	97
Tabulka č. 27: Časové řady měsíční – střední (MAPE \leq 15).....	98
Tabulka č. 28: Časové řady měsíční – krátké (MAPE \leq 5)	100

Tabulka č. 29: Časové řady měsíční – krátké ($MAPE \leq 10$)	100
Tabulka č. 30: Časové řady měsíční – krátké ($MAPE \leq 15$)	101

ANOTACE

Nové metody a přístupy k analýze a prognóze ekonomických časových řad

Práce je zaměřena na popis jednotlivých možností v oblasti analýzy a prognózy ekonomických časových řad. Statistických metod, které lze s úspěchem aplikovat v oblasti extrapolace časových řad, existuje velké množství. Jejich počet se prakticky neustále rozšiřuje, což zvyšuje problémy při rozhodování, kterou metodu pro danou analýzu použít. Tento fakt si sice praktičtí uživatelé mnohdy uvědomují, ale často nemají možnosti (čas, finanční prostředky atd.) se s těmito metodami seznámit. Přitom výpočetní složitost metody přestává hrát hlavní roli v důsledku vybavenosti potřebným HW a na něm dostupným statistickým SW. Volba vhodné metody pro analýzu však zůstává stále subjektivní záležitostí každého uživatele, který provádí extrapolaci, neboť pro správnou volbu metody jsou důležité především praktické zkušenosti s prognózováním (samozřejmě za předpokladu teoretických znalostí problematiky časových řad). Bohužel se ale při praktické realizaci setkáváme s uplatňováním stále těchž metod, mnohdy i v případech, kdy nejsou pro daný model vhodné.

Klíčová slova:

Časová řada, modely časových řad, extrapolace, modely exponenciálního vyrovnávání, trendové funkce, Boxova-Jenkinsova metodologie, rozhodovací schéma, výběrová kritéria.

ANNOTATION

The new methods and accesses in analyzing and forecasting of the time series of economics.

The thesis addresses the problem with analyzing and forecasting of the time series of economics. There are many of the statistical methods which are successful in using of the forecasting. The number of these methods is still growing up but this involves problems with deciding which method or model is the best for each analyze. This fact is realized by the users but there is often no possibility (no time, no finances etc.) how to pick them up. Withal the complications or problems with completing of those methods are not so important in this time because of computers and powerful statistical software. But the choice of the proper method or model still depends on each user which makes extrapolation because of need practical experiences in forecasting (theoretical knowledge too). Unfortunately there are many practical cases which have been analyzed by not so good or actually wrong method.

Key words:

Time series, models of time series, extrapolation, exponential smoothing, models of the trend, Box-Jenkins methodology, decision chart, selection criteria.

ÚVOD

Analýza ekonomických časových řad se v posledních letech stala velmi dynamicky rozvíjející se disciplínou. V mnoha jejích oblastech bylo dosaženo významného pokroku. Vznikla řada nových efektivních a netradičních postupů a metod modelování časových řad. S rostoucí dostupností výkonné výpočetní techniky se sofistikované metody začaly ve stále větším měřítku prosazovat v ekonomické praxi. V současnosti se dostáváme do období, kdy ve vyspělých zemích není možné provádět důležitá ekonomická rozhodnutí bez důkladné analýzy vývoje základních ukazatelů. Stále větší důraz se klade na konstrukci statisticko-ekonometrických modelů charakterizujících základní rysy vývoje celého hospodářství. Na úrovni centrálních bank všech ekonomicky vyspělých zemí světa se například intenzivně pracuje na definici tzv. měnového transmisivního mechanismu, který spočívá ve zkoumání možností přenosů účinků měnové politiky do ekonomického a měnového vývoje těchto zemí. Definice tohoto mechanismu prakticky vyjadřuje tvorbu modelů časových řad. Existuje však řada dalších oblastí národohospodářské praxe, kde je nezbytné využívat moderní metody analýzy časových řad [1].

Také v České republice se v současnosti, kdy časové řady ukazatelů hospodářského vývoje již začínají mít jistou informační schopnost, klade postupně větší důraz na jejich analýzu pomocí nejnovějších metod. Tato skutečnost je vyvolána vzrůstající reálnou potřebou kvantitativních informací, které jsou nezbytné pro provádění konkrétní rozhodovací činnosti. Rostoucí délka časových řad bude přirozeně vytvářet stále lepší podmínky pro jejich analýzu a modelování. Je tedy žádoucí a defacto i nutné se touto problematikou pro potřeby kvalitnějšího ekonomického vývoje zabývat a rozvíjet její další dosud nerozvinuté možnosti.

CÍL DISERTAČNÍ PRÁCE

Jak již z předešlého textu vyplývá, bude hlavním cílem této práce popsat, zhodnotit a vytvořit či navrhnout nový postup při analýze a prognóze ekonomických časových řad. K tomuto účelu budou využity prognostické modely, které budou konstruovány pomocí komponenty TSFS (Time Series Forecasting System), jež je součástí statistického programového systému SAS. Tato komponenta dovoluje automatickou konstrukci předpovědí s využitím velmi širokého okruhu modelů (analytických, exponenciálních a Boxových-Jenkinsových) při dodržení určitého okruhu diagnostických prostředků doporučených moderní statistickou metodologií. Tyto diagnostické postupy, jež jsou orientovány zejména na posouzení přítomnosti trendu v časových řadách, periodicity a stacionarity časové řady umožňují zúžit okruh modelů nabízených komponentou TSFS a omezit se pouze na ty, které jsou pro danou časovou řadu adekvátní.

Celá práce pak bude směřovat k vytvoření co nejpřesněji specifikovaného postupu při modelování časových řad, který bude využitelný i v praxi. Tím je míněno navržení vhodného rozhodovacího schématu pro vybraný okruh časových řad.

Pro vlastní vypracování bylo vybráno odvětví: „**Agrární sektor národního hospodářství České republiky**“ resp. časové řady pocházející ze zmíněného sektoru.

V praxi by mělo být empiricky zjištěno zda vůbec moderní metody mají „nějaké“ reálné využití pro oblast daných časových řad.

LITERÁRNÍ ŘEŠERŠE

Vymezení prognóz a jejich klasifikace

Prognostiku můžeme chápat v nejširším slova smyslu jako část teorie poznání vztahující se k budoucnosti. V užším slova smyslu prognostiku chápeme jako část metodologie konkrétních věd. V současné době má praktický význam rozvoj prognostiky z hlediska jejích aplikačních možností.

Pro optimalizaci rozhodování v neustále se měnících tržních podmínkách jak na makroekonomické, tak i na mikroekonomické úrovni je účelné znát pravděpodobný vývoj příslušného ekonomického jevu k jeho využití nebo usměrnění k požadovaným rozvojovým cílům.

Ekonomické procesy mají objektivní charakter. Pokud chceme mít možnost tyto procesy řídit, je třeba důkladně poznat zákonitosti těchto ekonomických procesů a také umět ocenit míru jejich působení i v budoucnosti. Prognóza ekonomických procesů v podstatě znamená výpověď o působení ekonomických zákonitostí v budoucím období s přihlédnutím k mnohostranné složitosti působení různých faktorů na hospodářské procesy. Vzájemná závislost ekonomických vztahů se projevuje v tom, že ani sebedokonalejší prognóza nemůže poskytovat více, než podmíněnou charakteristiku budoucího vývoje [2]. Každá prognóza je provázána určitou, ať už „větší“ či „menší“, neurčitostí.

Každá kvalitní prognóza pomáhá snížit míru působení dané neurčitosti. Zejména u dlouhodobých prognóz je predikční schopnost modelu ovlivněna nedostatečnou znalostí příslušných faktorů ekonomického vývoje. S posunem časového horizontu prognózy se zvětšuje rozsah, ve kterém nejistota a nejistota podmínek a příslušných informací charakterizuje budoucí průběh daných ekonomických procesů. Obecně lze uvést, že intenzita působení faktoru neurčitosti je jistou funkcí časového horizontu prognózy. V krátkodobých prognózách faktor neurčitosti hraje omezenou úlohu,

poněvadž krátkodobě je stav ekonomiky předurčen jejím dosavadním vývojem a jejím současným stavem.

Klasifikace ekonomických prognóz

V současnosti existuje velké množství prognóz, vlastně každý autor definuje prognózu dle „svojí“ problematiky. Jedna z nejobecnějších definic prognóz zní:

„Prognózu můžeme chápat jako kvalifikované konstatování vztahující se k neznámé budoucí události; jejím obsahem je pravděpodobnostní výpověď o budoucnosti s relativně vysokým stupněm spolehlivosti.“

Obsahem ekonomických prognóz je prognóza rozvoje národního hospodářství a jeho jednotlivých částí. Jedná se zejména o prognózu tvorby a rozdělování hrubého domácího produktu, dynamiky a struktury národního bohatství, reprodukce kapitálu, investic, spotřeby, rozvoje odvětví národního hospodářství, zahraničně ekonomických vztahů, vývoje světového hospodářství, případně jednotlivých zemí [2].

Pro ekonomické prognózy je charakteristické, že předmětem prognózy jsou objektivní procesy, které může poznávací subjekt do jisté míry měnit.

Prognózy lze členit například podle ekonomické úrovně, na níž se zpracovávají a jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka č. 1: Členění prognóz podle ekonomické úrovně

Oblast	Sestavující orgán
Makroekonomická	Český statistický úřad
	Příslušná ministerstva nebo jimi pověřené orgány
Mikroekonomická	Holdingové společnosti a výrobní svazy
	Jednotlivé podniky

Některé specifické problémy analýzy časových řad

Problémy, které mohou nastat v analýze časových řad lze shrnout do následujících bodů.

- problémy s volbou časových bodů pozorování,
- problémy s kalendářem,
- problémy s nesrovnalostí jednotlivých měření a
- problémy s délkou časových řad.

Problémy s volbou časových bodů pozorování

Řady tvořené pozorováním v určitých nespojitých časových bodech (tj. diskrétní časové řady) mohou vznikat trojím způsobem. Buď jsou přímo **diskrétní svou povahou** (např. úroda obilí za jednotlivé roky) nebo vznikají **diskretizací spojitě časové řady** (cena určitého typu zboží na daném trhu) nebo **akumulací hodnot za dané časové období** (roční výroba průmyslového podniku). Místo akumulace se také často provádí **průměrování hodnot**. [5]

V některých případech není možnost volby časových bodů pozorování. Pokud tato možnost existuje, je třeba jí věnovat jistou péči a pokusit se najít kompromis mezi protichůdnými požadavky. Na jedné straně je nežádoucí přespříliš „zhušťovat“ počet pozorování, na straně druhé však pozorování nesmí být natolik řídká, že by byl pozměněn charakter dané časové řady.

Problémy s kalendářem

Většina těchto problémů je spojena s člověkem, resp. člověk je odpovědný za tyto problémy. Patří mezi ně: **různá délka kalendářních měsíců, čtyři nebo pět víkendů v měsíci, různý počet pracovních dnů v měsíci, pohyblivé svátky** a další.

Další problém, za který ovšem člověk není zodpovědný, je **délka jednoho slunečního roku**, která není celočíselná.

Tyto nepravidelnosti v kalendáři mohou mít dosti překvapivé následky. Je-li svátek například umístěn na začátek měsíce, pak se sice vzhledem k zavřeným obchodům sníží prodej potravin v daném měsíci, ale na druhou stranu se zvýší prodej potravin v předcházejícím měsíci, neboť během jeho závěru si lidé vytvářejí zásoby.

V takových případech je nutné provést korekci údajů tím, že například použijeme „standardní měsíc“ o délce 30 dnů. Těchto korekcí je možná celá řada, jako kupříkladu možnost vyrovnání různého počtu pracovních dnů. Některé nepravidelnosti mohou být odstraněny pomocí akumulace (čtvrtletně akumulované hodnoty).

Problémy nesrovnalostí jednotlivých měření

S technickým rozvojem se zvyšuje také technická vybavenost většiny průmyslových výrobků a proto není vhodné srovnávat například dané průmyslové produkce ze současnosti a z let padesátých. V tomto případě se jedná o **věcnou nesrovnalost údajů**. V některých případech je problém v rozdílném počtu získaných ukazatelů za jednotlivé roky.

Problémy s délkou časových řad

V souvislosti s délkou časové řady se často střetávají dvě protichůdné tendence. Na jedné straně některé metody vyžadují určitou minimální délku časové řady (Boxova-Jenkinsova metodologie), na druhé straně u velice dlouhých časových řad je nebezpečí, že se s průběhem času podstatně mění charakteristika modelu, který tuto řadu generuje, takže vybudování daného modelu se stává s rostoucí délkou časové řady stále obtížnější (je nutné například připustit změny parametrů modelů v čase).

Cíle analýzy časových řad

Základním cílem analýzy časových řad je snaha porozumět principům, na základě kterých se generují hodnoty řady. Pokud se podaří tento mechanismus odhalit, je možné následně předpovídat budoucí vývoj systému a v některých případech je také možné tento systém řídit a optimalizovat jeho vývoj.

K tomu slouží tvorba modelu časové řady. Model zobrazuje (ekonomickou) hypotézu o vztahu mezi vysvětlovanými proměnnými a vysvětlujícími proměnnými (a jejich transformacemi).

Na začátku je tedy nutno, na základě teoretických východisek, formulovat model mechanismu, který generuje hodnoty časové řady. Následně model identifikovat, tj. odhadnout velikosti parametrů, na kterých model závisí. Nakonec je třeba tento model běžnými statistickými metodami testovat a verifikovat [9].

Základními cíli analýzy časových řad je tedy:

- porozumět procesům a kvantitativně je analyzovat,
- předpovídat budoucí vývoj systému,
- řídit a optimalizovat činnost příslušného systému
- verifikovat platnost teoretického ekonomického konceptu.

METODIKA

Metody modelování ekonomických časových řad

Základní koncepce modelování časových řad

Nejjednodušší koncepcí modelování časové řady reálných hodnot „ y_t “ (a také koncepcí nepoužívanější) je model jednorozměrný ve tvaru některé elementární funkce času, kdy

$$Y_t = f(t),$$

kde „ $t = 1, 2, \dots, n$ “ a „ Y_t “ je modelová (teoretická) hodnota ukazatele v čase „ t “, a to taková, aby rozdíly mezi teoretickou a skutečnou hodnotou časové řady byly v úhrnu co nejmenší a zahrnovaly působení také ostatních faktorů (vedle faktoru času) na vývoj sledovaného ukazatele.

K řešení jednorozměrného modelu se přistupuje následujícími způsoby [3]:

- pomocí klasického modelu
- pomocí Boxovy-Jenkinsovy metodologie.

Vedle jednorozměrných modelů je možné se setkat i s modely vícerozměrnými, kde vývoj ukazatele je nejen závislý na čase, ale také na jiných souvisejících ukazatelích. Model vyjadřující tuto skutečnost obvykle zapisujeme ve tvaru:

$$Y_t = f(t; x_1, x_2, \dots, x_p),$$

kde „ x “ jsou ukazatele ovlivňující analyzovaný ukazatel.

Klasický model

Klasický model pouze popisuje formy pohybu a nezkoumá věcné příčiny dynamiky časové řady. Vychází z dekompozice časové řady na čtyři složky časového pohybu, a to na složku:

- trendovou „ T_t “,
- sezónní „ S_t “,
- cyklickou „ C_t “ a
- náhodnou „ ε_t “.

Vlastní tvar rozkladu časové řady může být dvojího typu:

- aditivní, vyjadřuje následující zápis

$$y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t = Y_t + \varepsilon_t,$$

kde „ Y_t “ je modelová složka, která je rovna součtu složek trendové, sezónní a cyklické,

- multiplikativní, jehož zápis je v podobě součinu jednotlivých složek tzn.,

$$y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t,$$

který se používá v případech, kdy periodická složka (tzn. cyklická, sezónní nebo obě) v závislosti na čase zvyšuje (rozšiřuje) svoji amplitudu.

V praxi však existence všech složek časové řady není nezbytná a tento fakt je spíše podmíněn věcným charakterem zkoumaného ukazatele. Obvykle při modelování časových řad si vystačíme s modelem aditivním, navíc model multiplikativní lze jednoduchým způsobem (logaritmickou transformací) převést na model aditivní [3].

Trendová složka je dlouhodobá tendence ve vývoji hodnot zkoumaného ukazatele. Trend je obsažen v každé časové řadě. Může být buď rostoucí nebo klesající anebo mohou hodnoty ukazatele dané časové řady v průběhu sledovaného období kolísat kolem určité úrovně (řada s konstantním trendem).

Sezónní složka je pravidelně se opakující odchylka od trendu, která se vyskytuje s periodicitou kratší než jeden rok nebo rovnou právě jednomu roku. Příčiny sezónního kolísání mohou být různé. Dochází k němu vlivem změn počasí, na základě různých zvyklostí (např. svátky, dovolená, nákupy v době výplaty mezd atd.).

Cyklická složka popisuje kolísání okolo trendu v důsledku dlouhodobého vývoje s délkou periody delší než jeden rok. V této souvislosti jsou příčinami cyklické složky vlivy demografické, inovační apod.

Cyklická složka nebývá vždy považována za samostatnou složku časové řady, ale bývá zahrnována do složky trendové jako její část (tzv. střednědobý trend, tj. střednědobá vývojová tendence, která má často oscilační charakter s neznámou, zpravidla proměnlivou periodou).

Problematika cyklů bývá často spojována s analýzou hospodářské konjunktury a v této souvislosti bývá předmětem zájmů ekonomů jak na úrovni národohospodářské, tak na úrovni managementu velkých podniků a bank, protože je citlivým indikátorem stability očekávaného makroekonomického vývoje.

Náhodná složka je část časové řady po odstranění trendové, sezónní a cyklické složky. V ideálním případě lze počítat s tím, že jejím zdrojem jsou drobné a v jednotlivostech nepostižitelné příčiny, které jsou vzájemně nezávislé. V takové situaci je potom možné chování náhodné složky popsat pravděpodobnostně.

Při práci s časovými řadami je třeba ve většině případů ověřit pomocí vybraných statistických nástrojů (testů), zda jsou pro tento pravděpodobnostní (stochastický) přístup naplněny předpoklady jako jsou:

- střední hodnota náhodné složky je nulová, $E(\varepsilon_t)=0$,

- rozptyl $D(\varepsilon_t)$ je konstantní v čase (hypotéza o homoskedasticitě),
- rozdělení náhodné složky je normální a
- autokorelace sousedních náhodných poruch jsou konstantní.

Systemizace časových řad

Volba modelu je do značné míry ovlivňována typem časové řady a jejími vlastnostmi, proto je nutné se systemizací zabývat.

Hlavním třídícím hlediskem je rozdělení časových řad na řady **dlouhodobé** (roční údaje, tj. řady bez sezónnosti) a řady **krátkodobé** (měsíční nebo čtvrtletní údaje, ve kterých se může projevit sezónnost)[6]. Dalšími kritérii časových řad jsou:

- délka časové řady (řady krátké nebo dlouhé),
- stacionarita časové řady (řady stacionární nebo nestacionární – viz kapitola „Boxova-Jenkinsova metodologie“),
- existence významných skoků, výkyvů a nepravidelností (řady s výkyvy nebo bez výkyvů),
- charakter časové řady ukazatele z hlediska ekonomické úrovně sledovaného ukazatele (řady mikro, mezo, nebo makroekonomické úrovně),
- typ ukazatele časové řady (řady ze zemědělství, průmyslu, financí apod.) a
- délka extrapolace (v praxi obvykle krátkodobá extrapolace)

Klasické analytické modely

Analytické vyrovnávání časových řad trendovými funkcemi je tradičním způsobem popisu trendu časové řady. Použitím matematické funkce tak získáme souhrnnou informaci o charakteru hlavní tendence vývoje analyzovaného ukazatele v čase a navíc lze modelovat i další vývoj trendu v budoucnosti, ovšem za předpokladu, že se jeho charakter nezmění. Aplikace analytických metod většinou nečiní větší

problémy, interpretace výsledků je jednoduchá. Výsledky nevyžadují hlubší statistické znalosti.

Nabídka trendových funkcí je poměrně rozmanitá. Je možné nalézt jak typy velmi jednoduché (přímka, exponenciála), u nichž nebude větším problémem pořídit odhady požadovaných parametrů, tak některé složitější tvary trendu, kde bude třeba k sestavení funkce využít náročnějších postupů. V praxi je možné se setkat s celou řadou trendových funkcí. Ekonomické časové řady jsou pak nejlépe prezentovány následujícími trendovými funkcemi: lineární trendová funkce, kvadratická trendová funkce, exponenciální trendová funkce, modifikovaná exponenciální trendová funkce, logistická trendová funkce a Gompertzova křivka [3].

Lineární trendová funkce je označována také jako **přímkový trend** a její matematická funkce lze vyjádřit jako:

$$T_t = a_0 + a_1 t ,$$

kde a_0, a_1 jsou neznámé parametry a $t = 1, 2, \dots, n$ je časová proměnná.

Lineární trend se používá v případech, kdy jsou první absolutní diference přibližně konstantní.

Kvadratická trendová funkce jež bývá také oznařována jako **parabolický trend druhého řádu** je vyjádřena jako:

$$T_t = a_0 + a_1t + a_2t^2,$$

kde a_0, a_1, a_2 jsou neznámé parametry a $t = 1, 2, \dots, n$ je časová proměnná.

Kvadratická trendová funkce bývá používána v případech, kdy jsou druhé absolutní diference přibližně konstantní.

Exponenciální trendová funkce jinými slovy také **exponenciální trend** je matematicky zapsána:

$$T_t = a_0a_1^t,$$

kde $a_1 > 0$, $t = 1, 2, \dots, n$.

Modely exponenciálního trendu mají své opodstatnění pokud jsou přibližně konstantní tzv. koeficienty růstu (řetězové indexy).

Modifikovaná (posunutá) exponenciální trendová funkce je charakterizována matematickým zápisem:

$$T_t = k + a_0a_1^t,$$

kde $a_1 > 0$. Na rozdíl od klasické exponenciály se používá v situacích, kdy se navíc přesvědčíme, že podíly sousedních hodnot prvních diferencí údajů analyzované časové řady jsou přibližně konstantní.

Dalším klasickým analytickým modelem je **logistická trendová funkce (logistický trend)** s matematickým zápisem:

$$T_t = \frac{k}{1 + a_0a_1^t},$$

kde $a_0 > 1$, $0 < a_1 < 1$, $k > 0$.

Pro logistiku je charakteristický symetrický průběh trendu ve tvaru písmene „S“ a právě podle tohoto typického průběhu se pro celou skupinu podobných křivek často používá označení „S-křivky“. Tento průběh přichází v úvahu v těch situacích, kdy

hodnota ukazatele nejprve velmi pomalu vzrůstá, poté dochází k strmějšímu růstu a poté je růst tohoto ukazatele opět výrazněji zpomalen.

Gompertzova křivka, jako model analytického vyrovnávání, je další trendovou funkcí, která je zapsána ve tvaru:

$$T_t = k \cdot a_0^{a_1^t}$$

kde $a_1 > 1$.

Tato křivka, podobně jako předcházející logistický trend, vzniká transformací modifikované exponenciální trendové funkce.

Trendové funkce vycházejí z předpokladu, že v průběhu sledované doby se parametry modelu nemění, proto lze o těchto funkcích hovořit jako o modelech s neměnnými parametry. Pokud budeme hovořit o „vlivnosti“ jednotlivých hodnot časové řady na její vyrovnání, pak je třeba zdůraznit, že modely analytického vyrovnávání přiřazují všem hodnotám časové řady stejné váhy.

Trendové odely jsou vhodné pro modelování časových řad, které vykazují určitou permanentní deterministickou složku a nejsou výrazně ovlivňovány náhodnými fluktuacemi. Předností zmíněné třídy modelů je jejich teoretická i výpočetní jednoduchost, dobrá interpretovatelnost dosažených výsledků a snadná konstrukce předpovědí prostřednictvím extrapolace zjištěného trendu. Použitelnost těchto modelů je však omezena na situace, charakterizované tzv. principem „*ceteris paribus*“. To znamená, že vnější podmínky, které determinují vývoj dané časové řady zůstávají stabilní.

V případě ekonomických časových řad, a tedy i v případě časových řad z oblasti agrárního sektoru, je zmíněný požadavek požadavek velmi často nereálný a jeho nerespektování může být příčinou selhání analytických modelů.

Modely exponenciálního vyrovnávání

Patří do skupiny adaptivních modelů (modelů s měnlivými parametry) tzn., že konstruuji složky časové řady pomocí takových charakteristik, které mění v průběhu doby své hodnoty, tedy nepředpokládají stabilitu analytického tvaru ani strukturálních parametrů v čase.

Modely exponenciálního vyrovnávání přiřazují jednotlivým údajům v časové řadě rozdílné váhy a to v závislosti na stáří těchto údajů. Tyto váhy jsou nepřímo úměrné stáří jednotlivých údajů, jinak řečeno, „čím je údaj v časové řadě starší, tím se jeho váha snižuje“ (jednotlivé váhy směrem do minulosti exponenciálně klesají). Systém těchto vah se tvoří pomocí tzv. vyrovnávacích konstant, které mohou nabývat hodnot z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a jejichž je nutno hledat empiricky „metodou pokusů a omylů“. Tato metoda spočívá v postupném zkoušení různých hodnot vyrovnávací konstanty, ze kterých se vybírá taková, která minimalizuje vhodně zvolenou charakteristickou chybu odhadu. Statistický programový systém SAS, který byl v dané práci použit, provádí odhad této optimální hodnoty vyrovnávací konstanty automaticky. Numerický algoritmus na něm je tento odhad založen je popsán v literatuře [12].

Pokud se hodnota vyrovnávací konstanty blíží k číslu 1, pak lze hovořit o „prudkých“ změnách v chování časové řady, případně některé z jejích složek. V tom případě jsou nejnovějším údajům přiřazeny největší váhy. Pokud se hodnota vyrovnávací konstanty blíží číslu 0, pak danou charakteristiku provázejí pouze „pozvolné“ změny.

Hlavními představiteli exponenciálního vyrovnávání jsou: Brownovy modely exponenciálního vyrovnávání, Holtův model exponenciálního vyrovnávání, model exponenciálního vyrovnávání s tlumením trendu a Wintersův model exponenciálního vyrovnávání sezónních časových řad.

Uvedené postupy jsou založeny na představě, že analyzovaná časová řada může být popsána modelovou rovnicí:

$$y_t = \mu_t + \beta_t t + S_p(t) + \varepsilon_t,$$

kde „ μ_t “ je složka, která reprezentuje časově proměnnou střední hodnotu analyzované časové řady, „ β_t “ je komponenta, která charakterizuje v čase proměnnou směrnici dané řady (v čase proměnlivou trendovou složku dané řady). „ $S_p(t)$ “ představuje v čase proměnlivou sezónní složku. „ ε_t “ je náhodná složka.

Pokud časová řada nevykazuje trend je složka $\beta_t = 0$ u nesezónních časových řad je složka $S_p(t) = 0$

Brownovy modely exponenciálního vyrovnávání

Systém vah je v případě Brownových modelů exponenciálního vyrovnávání vytvářen jednou vyrovnávací konstantou, která se označuje symbolem „ α “. Konstanta alfa popisuje u nejjednodušší verze Brownových modelů exponenciálního vyrovnávání úroveň analyzované časové řady u sofistikovanějších modelů úroveň i trend dané časové řady.

V závislosti na chování trendu lze Brownovy modely exponenciálního vyrovnávání rozčlenit na:

- jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání (simple exponential smoothing). Uvedený model vychází z představy, že trend je možné považovat v krátkých úsecích časové řady za konstantní,
- dvojité Brownovo exponenciální vyrovnávání (double exponential smoothing). Tento model vychází z představy, že trend je možné v krátkých úsecích časové řady modelovat lineární funkcí a
- trojité Brownovo exponenciální vyrovnávání vychází z předpokladu, že je možné modelovat trend v krátkých úsecích časové řady pomocí paraboly.

Brownovy modely jsou doporučovány pro řady, které nevykazují výrazný trend. Jestliže je v řadě přítomna výraznější trendová složka je možné modelování a případně následnou konstrukci předpovědí zakládat na Holtově modelu exponenciálního vyrovnávání.

Holtův model exponenciálního vyrovnávání

V literatuře označován též jako lineární Holtův model exponenciálního vyrovnání (anglicky pak **linear (Holt) exponential smoothing**). Tento model využívá při své konstrukci dvou vyrovnávacích konstant α a β . Konstanta alfa má stejnou funkci jako u Brownových modelů, konstanta beta pak zachycuje změny trendu.

Vzhledem k tomu, že model využívá separátní vyrovnávací konstanty pro zachycení trendu, může být v některých případech flexibilnější než Brownovy modely exponenciálního vyrovnávání.

Holtův model je tedy vhodný pro modelování časových řad, které mají významnou trendovou složku.

Dalším případem exponenciálního vyrovnávání je **model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným trendem** (damped trend exponential smoothing). Tento model představuje zdokonalení adaptivních modelů pro neperiodické časové řady. Tlumení trendu představuje určitou redukci trendových hodnot ve vztahu k horizontu předpovědi. Tato redukce je realizována pomocí speciální vyrovnávací konstanty nabývající hodnot z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Model je také tvořen úrovnňovou vyrovnávací konstantou alfa a trendovou vyrovnávací konstantou beta.

Wintersův model exponenciálního vyrovnávání pro sezónní časové řady se od výše uvedených modelů exponenciálního vyrovnávání liší tím, že popisuje i sezónní kolísání. Používá tři konstanty α , β a γ . Konstanty alfa a beta mají podobný význam jako u předchozích modelů exponenciálního vyrovnávání. Konstanta γ je charakteristická pouze pro Wintersův model exponenciálního vyrovnávání a slouží k modelování chování sezónní složky. Všechny vyrovnávací konstanty mohou nabývat hodnot z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ podobně jako u výše zmíněných Brownových modelů exponenciálního vyrovnávání, Holtova modelu exponenciálního vyrovnávání a také u exponenciálního vyrovnávání s tlumeným trendem.

Wintersův model exponenciálního vyrovnávání má tedy své opodstatnění v případech, kdy časová řada, kromě trendu, obsahuje také sezónní kolísání.

Boxova-Jenkinsova metodologie

V moderní statistické metodologii analýzy časových řad má velmi významné postavení Boxovy-Jenkinsovy metodologie, která bývá pokládána za určitý universální rámec technik modelování a prognózování časových řad.

Za základní prvek konstrukce modelu považuje Boxova-Jenkinsova metodologie náhodnou složku, jež může být tvořena korelovanými náhodnými veličinami. Těžiště postupu spočívá v korelační analýze více či méně závislých pozorování uspořádaných do tvaru časové řady. Předpokladem aplikace tohoto postupu je obvykle požadavek disponovat delší časovou řadou, cca 50 pozorování.

Základními modelovými schémata jsou tzv.:

- autoregresní procesy,
- procesy klouzavých průměrů a
- případně jejich kombinace..

Tato metodologie je východiskem zejména pro modelování takových nestacionárních časových řad a sezónních časových řad, které vykazují složitou stochastickou strukturu. Modely vycházející z této metodologie jsou značně flexibilní a rychle se adaptují na změny v charakteru modelovaného procesu. Jedná se o stochastické modely, které mohou stochasticky modelovat trend i sezónnost. Tyto modely jsou schopny popisovat takové časové řady, u kterých modely klasické analýzy selhávají[5].

V rámci této metodologie se analýza provádí systematicky podle předem daného klíče. Postup je možné rozdělit do tří základních kroků (identifikace, odhad parametrů a ověřování modelu).

Jako nevýhody Boxovy-Jenkinsovy metodologie jsou uváděny:

- lze analyzovat pouze dostatečně dlouhé časové řady (alespoň 50 údajů),
- poměrně složitá interpretace výsledků.

Dříve mezi nevýhody patřila i časová náročnost výpočtů, ale tato nevýhoda díky výkonné výpočetní technice a výkonnému software pominula.

Před vlastní charakteristikou tohoto typu modelů je třeba objasnit některé důležité pojmy, jako jsou: stacionarita (příp. nestacionarita), autokorelační funkce, parciální autokorelační funkce, proces bílého šumu.

Výchozím předpokladem na němž je založena Bpxova-Jenkinsova metodologie je požadavek stacionarity časové řady. Protože experimentální data vždy vykazují určité stochastické prvky, lze na časovou řadu pohlížet jako na konkrétní realizaci stochastického procesu, který generuje danou časovou řadu.

Stacionární modely časových řad

Stochastický proces se nazývá **striktně stacionární**, jestliže platí, že pravděpodobnostní chování daného stochastického procesu (tedy náhodné složky časové řady) je časově invariantní [4].

Pro stochastický proces je vhodné definovat:

- funkci středních hodnot

$$\mu_t = E(X_t),$$

- variační funkci

$$\sigma_t^2 = D(X_t) = E(X_t - \mu_t)^2,$$

- kovarianční funkci mezi X_{t_i} a X_{t_j} , $i, j=1, 2, \dots, n$, $i \neq j$

$$\gamma(t_i, t_j) = E(X_{t_i} - \mu_{t_i})(X_{t_j} - \mu_{t_j}),$$

- korelační funkci mezi X_{t_i} a X_{t_j} , $i, j=1, 2, \dots, n$, $i \neq j$

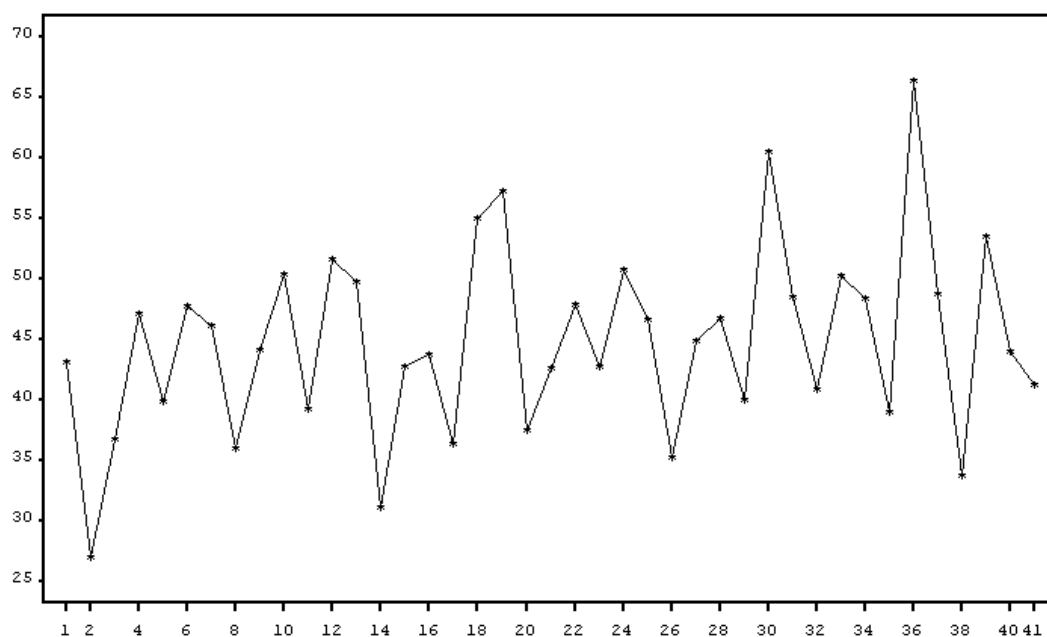
$$\rho(t_i, t_j) = \frac{\gamma(t_i, t_j)}{\sigma_{t_i} \sigma_{t_j}}.$$

Platí-li pro všechna „ t “, že $\mu_t = \mu$, $\sigma_t^2 = \sigma^2$ a kovarianční a korelační funkce závisí pouze na časovém vzdálenosti náhodných veličin, potom se daný proces nazývá **slabě stacionární** nebo také **kovariančně stacionární**.

Striktně stacionární proces, který má první dva momenty konečné, je také slabě stacionární proces. V praktické analýze časových řad se operuje výhradně se slabou stacionaritou, neboť je relativně snadné odhalovat první dva momenty [4].

Typický průběh stacionární časové řady je prezentován na obrázku č. 1.

Obrázek č. 1: Stacionární časová řada



Stochastický proces se označuje jako **normální** nebo **gaussovský**, jestliže jeho pravděpodobnostní rozdělení je normální. V tom případě jsou pak pojmy **striktní** a **slabá** stacionarita ekvivalentní, protože normální rozdělení je charakterizováno prvními dvěma obecnými momenty.

Autokorelační funkce (ACF) a parciální autokorelační funkce (PACF)

Dokonalejší představu o struktuře studovaného procesu lze získat pomocí autokorelační funkce (ACF) resp. parciální autokorelační funkce (PACF). **Autokorelační funkce** ukazuje jak korelace mezi dvěma libovolnými členy řady závisí na vzdálenosti těchto členů. V případě stacionárního stochastického procesu je autokorelační funkce definována vztahem:

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t+k})}{D(X_t)},$$

kde $D(X_t)$ je rozptyl dané časové řady.

V případě stacionárního stochastického procesu $\{X_t\}$ má autokorelační funkce následující vlastnosti:

- $\rho_0 = 1$, tzn. autokorelační funkce „0-tého“ řádu je rovna jedné,
- $|\gamma_k| \leq \gamma_0; |\rho_k| \leq 1$, tzn. absolutní hodnota autokovarianční funkce „k-tého“ řádu je menší nebo rovna hodnotě autokovarianční funkce „0-tého“ řádu a absolutní hodnota autokorelační funkce „k-tého“ řádu je menší nebo rovna jedné,
- $\gamma_k = \gamma_{-k}$ a $\rho_k = \rho_{-k}$ pro všechna „k“ a je tedy symetrická kolem $k=0$.

Graf autokorelační funkce se nazývá korelogram.

Korelace mezi dvěma náhodnými veličinami je často způsobena tím, že obě tyto veličiny jsou korelovány s veličinou třetí. Velká část korelace mezi veličinami X_t a X_{t-k} může být tedy způsobena jejich korelací s veličinami $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}$. **Parciální autokorelace** podávají informaci o korelaci veličin X_t a X_{t-k} očištěné o vliv veličin ležících mezi nimi.

Parciální autokorelace poskytují parciální korelační koeficient, které podávají informaci o tzv. parciální autokorelační funkci se zpožděním „k“ tzn. informaci o korelaci veličin X_t a X_{t-k} očištěné o vliv veličin ležících mezi těmito veličinami.

Modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie jsou také definovány pomocí procesu bílého šumu. **Proces bílého šumu** je stochastický proces $\{a_t\}$ a je řadou nekorelovaných náhodných veličin jednoho pravděpodobnostního rozdělení a musí splňovat následující předpoklady [5]:

- střední hodnota $E(a_t) = \mu_a$ je konstantní (obvykle nulová),
- rozptylem $D(a_t) = \sigma_a^2$ je konstantní,
- hodnota autokovarianční funkce $\gamma_k = C(a_t, a_{t-k}) = 0$ pro všechna $k \neq 0$ a
- autokorelační funkce a také parciální autokorelační funkce jsou nulové (což je základní rys procesu bílého šumu).

I když se tento proces v reálných situacích nevyskytuje, hraje důležitou roli při konstrukci modelů časových řad. Proces bílého šumu bývá označován jako **gaussovský**, je-li jeho pravděpodobnostní rozdělení **normální**.

Každý stacionární proces, který neobsahuje deterministickou složku (složka, která je na základě minulosti perfektně predikovatelná – střední hodnota resp. konstanta vyplývající z funkce časové proměnné „ t “) může být vyjádřen jako lineární kombinace řady stejně rozdělených náhodných veličin. Tato lineární kombinace se označuje jako **Woldova reprezentace** nebo také jako **lineární proces**.

Mnohem praktičtější význam než obecný lineární proces mají pro Boxovu-Jenkinsovu metodologii jeho speciální případy, které jsou:

- AR, tzv. autoregresní procesy,
- MA, procesy klouzavých průměrů,
- ARMA, smíšené procesy,

a také další skupina modelů, které modelují nestacionární časové řady a ty nazýváme:

- ARIMA modely.

Tyto procesy vznikají z lineárního procesu zapsaného ve tvaru:

$$y_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} \dots \psi_k a_{t-k},$$

kde „ a “ je bílý šum a „ ψ “ jsou parametry funkce. Při použití Boxovy-Jenkinsovy metodologie se důsledně dbá na to, aby používané modely byly konstruovány co nejúsporněji, tj. s co nejmenším počtem parametrů [5].

Procesy AR, MA a ARMA představují pro Boxovu-Jenkinsovu metodologii základní stavební prvky. V praxi se setkáváme hlavně s modely nižších řádů, jejichž popis následuje.

Autoregresní procesy

Tyto procesy mají označení $AR(p)$, tzn. autoregresní proces řádu „ p “. Tento proces zřejmě odpovídá lineárnímu procesu s konečným počtem nenulových parametrů. Střední hodnota stacionárního procesu $AR(p)$ je nulová.

V praxi je možné se setkat s různými autoregresními procesy, které se mezi sebou liší řádem.

- **AR(1)** – autoregresní proces prvního řádu lze vyjádřit vztahem:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + a_t$$

s podmínkou stacionarity $|\phi_1| < 1$.

- **AR(2)** – autoregresní proces druhého řádu vyjadřuje vztah:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + a_t$$

s podmínkami stacionarity $\phi_2 + \phi_1 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$ a $-1 < \phi_2 < 1$.

- **AR(p)** – autoregresní proces řádu „p“ je pak možné zapsat ve formě:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t,$$

kde symbol „ a_t “ představuje bílý šum a symboly „ ϕ “ parametry funkce.

Procesy klouzavých průměrů

Modely MA vycházejí přímo z lineárního procesu. Z této skutečnosti plyne, že všechny modely MA jsou stacionární. Procesy klouzavých průměrů se mezi sebou liší řádem „q“.

- **MA(1)** – proces klouzavých průměrů řádu jedna je dán vztahem:

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

za podmínky, že $|\theta_1| < 1$ a nazývá se podmínkou **invertibility**.

- **MA(2)** – proces klouzavých průměrů řádu dva je možné zapsat ve formě:

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

za podmínek, že $\theta_2 + \theta_1 < 1$, $\theta_2 - \theta_1 < 1$ a $-1 < \theta_2 < 1$.

- **MA(q)** – proces klouzavých průměrů řádu „q“ podobným způsobem formulujeme takto:

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q},$$

kde „ a “ vyjadřuje bílý šum a „ θ “ je parametr funkce.

Smíšené procesy

Celým názvem tedy smíšený proces řádu „ p “ a „ q “ označený jako ARMA(p,q) je založen na podmínkách vztahujících se jak k autoregresním procesům, tak i k procesům klouzavých průměrů. Dle jednotlivých řádů „ p “ a „ q “ rozlišujeme tyto procesy na:

- **ARMA(1, 1)**, který je možné zapsat ve tvaru:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + a_t + \theta_1 a_{t-1}$$

s výše uvedenými podmínkami kdy $|\phi_1| < 1$ a $|\theta_1| < 1$.

- **ARMA(p, q)** pak podobným způsobem vyjádříme takto:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_p Y_{t-p} + a_t + \dots + \theta_1 a_{t-1} + \theta_q a_{t-q}.$$

V praxi se však jen zřídka setkáváme s řády „ p “ a „ q “ většími než-li 2.

U procesů AR, MA i ARMA je nutné, při modelování tvaru funkce, brát v úvahu střední hodnotu lineárního procesu. Pokud není tato hodnota nulová, $E(X_t) \neq 0$, pak se model doplňuje o absolutní člen (intercept) „ c “.

V softwarových paketech se pak modely vycházející z tvaru bez absolutního členu označují „přívlastkem“ NOINT (např. ARMA(1, 1) noint).

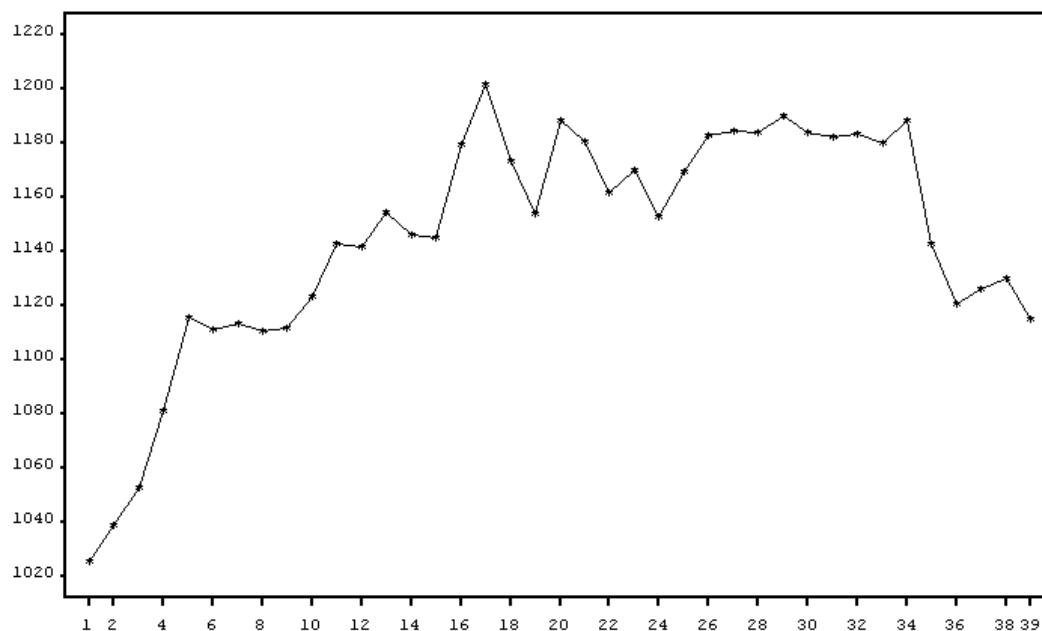
Nestacionární modely časových řad

V předchozích částech byly popsány pouze stacionární procesy. Zejména v ekonomické praxi se velmi často můžeme setkat s časovými řadami tvořenými nestacionárními stochastickými procesy.

Nestacionarita procesu může být způsobena v čase měnící se střední hodnotou procesu či v čase měnícím se rozptylem.

Typickým průběh nestacionární časové řady prezentuje obrázek č. 2.

Obrázek č. 2: Nestacionární časová řada



Problematiku nestacionárních procesů provází důležitá otázka stacionarizace a stabilizace procesů.

Model náhodné procházky (Random walk process)

Velmi jednoduchý, ale v praxi velmi významný reprezentant procesů nestacionárního charakteru je model náhodné procházky. Uvedený proces je založen na představě, že změny jednotlivých hodnot analyzované časové řady jsou nezávislé na změnách, které byly zaregistrovány v předchozím časovém okamžiku. Rovněž se předpokládá, že velikost a směr těchto změn jsou v jistém smyslu náhodné.

Tento proces lze zapsat ve tvaru:

$$X_t = X_{t-1} + a_t .$$

Jde o zvláštní případ procesu AR(1), kde $\phi_1=1$. Proces náhodné procházky se také nazývá integrovaný proces. První diference tohoto procesu jsou procesem bílého šumu a lze jej označit jako integrovaný proces řádu jedna s označením I(1) (stacionární procesy AR, MA, ARMA nebyly takto „doznačeny“, protože integrace těchto procesů byla nulová, tedy I(0)).

Integrace procesů může nabývat hodnot „d“, pak tedy hovoříme o integrovaném procesu řádu „d“.

Střední hodnota v případě těchto procesů nezávislá na čase, rozptyl na čase naopak závisí a roste neomezeně.

Typickou vlastností řady modelované pomocí procesu náhodné procházky je cyklický průběh dané řady. Odhady autokorelační funkce poté klesají velmi pomalu a parciální autokorelační funkce je významná pouze ve svém prvním řádu.

Procesy ARIMA

Tyto procesy samozřejmě vycházejí z již dříve zmíněných ARMA modelů, které jsou založeny na předpokladu, že je daná časová řada stacionární. V praxi se ale často setkáváme s časovými řadami nestacionárními. Tyto časové řady je však možné velmi

často stacionarizovat. Pokud časová řada vykazuje determinující trend je účelné danou vstupní časovou řadu stacionarizovat.

Existují situace, kdy po transformaci smíšeného procesu pomocí diference řádu „ d “ vykazuje výsledný proces takové autokorelace a parciální autokorelace, že jej lze vyjádřit ve formě stacionárního a invertibilního modelu $ARMA(p, q)$. Takové modely jsou pak nazývány modely **ARIMA**. Potom původní proces nazýváme **autoregresní integrovaný proces klouzavých průměrů řádu p, d, q** a označujeme jej jako $ARIMA(p, d, q)$.

Časové řady modelované integrovanými procesy se často nazývají řadami s jednotkovými kořeny. V ekonomické praxi se obvykle setkáváme pouze s procesy $I(1)$ a $I(2)$ [4].

Při konstrukci **ARIMA** modelů se tedy již nepožaduje stacionarita analyzované časové řady. Právě první či případně vyšší diference musí vést k převodu na řadu stacionární (homogenní nestacionarita). V praxi to pak vypadá tak, že nestacionární řadu převedeme pomocí diferencí na stacionární pro níž se následně zkonstruuje proces $ARMA(p, q)$ [5].

Vlastní konstrukce modelu **ARIMA** je obvykle zahájena případným transformováním analyzované časové řady a pak stanovením řádu diferencování [5].

Výstavba modelů **ARIMA**

Při analýze ekonomických časových řad je nejdůležitější a zároveň nejobtížnější fází **identifikace modelu** časové řady. Po identifikaci modelu nastává **odhad parametrů modelu**, výběr vhodné **transformace časové řady**, **určení řádu diferencování** a poté **ověřování modelu**.

Prvním krokem **identifikace modelu** časové řady je stabilizace a stacionarizace dané řady. Druhým krokem je odhad parametrů autokorelační a parciální autokorelační funkce. Třetím krokem je vlastní identifikace modelů **AR**, **MA** a **ARMA**.

Ve fázi stabilizace a stacionarizace jde především o subjektivní zhodnocení situace (prozkoumat graf časové řady a případně rozpoznat trend či např. odlehlá pozorování). Tato fáze stacionarizuje časovou řadu a to odstraněním případných odlehlých pozorování či provedením transformace stabilizující rozptyl. Poté se stabilizuje střední hodnota. Následně se stanoví řád diferencování a provede se diferencování.

Na základě odhadu parametrů autokorelační a parciální autokorelační funkce je možné zjistit zda je časová řada diferencována dostatečně. Odhady těchto funkcí se použijí pro vlastní identifikaci modelů. Tvary autokorelační a parciální autokorelační funkce pro modely AR, MA a ARMA jsou zachyceny v následující tabulce.

Tabulka č. 2: Tvary ACF a PACF modelů AR, MA a ARMA

Model	ACF	PACF
AR(p)	exponenciálně klesající nebo sinusoida s exponenciálně klesající amplitudou	po „ p “ posunutích výrazně klesá
MA(q)	po „ q “ posunutích výrazně klesá	exponenciálně klesající nebo sinusoida s exponenciálně klesající amplitudou
ARMA(p, q)	po „ q “ posunutích jako u AR(p)	po „ p “ posunutích jako u MA(q)

Po nalezení hodnot „ p “, „ d “, „ q “, tj po identifikaci modelu je třeba **odhadnout jeho parametry**. Pro tento účel existuje několik postupů, mezi které patří:

podmíněná metoda maximální věrohodnosti, při které jsou parametry odhadovány za podmínky znalosti počátečních hodnot analyzované časové řady a řady reziduí,

nepodmíněná metoda maximální věrohodnosti, která byla vyvinuta za účelem odstranění nebo alespoň částečného eliminování výše uvedené podmínky (odstavec a) a tím získat kvalitnější odhady,

metoda nejmenších čtverců, jež je možné použít pouze v případech kdy nejsou veličiny nesystematické složky autokorelované tzn., že řád „ q “ je roven nule,
nelineární odhady, které se používají v případech, kdy parametry funkce nejsou lineární (nelineární metoda nejmenších čtverců).

Účelem **transformace časové řady** je linearizovat řadu tak, aby ji bylo možné popsat modelem ARIMA nebo pomocí skupiny lineárních modelů kam patří procesy AR, MA a ARMA. Touto linearizací se dosáhne především toho, že náhodné šoky generující řadu mají charakter bílého šumu s konstantním rozptylem a často navíc s normálním rozdělením. Jako vhodné transformace jsou uváděny mocninná a pro ekonomické časové řady pak je vhodnější logaritmická transformace [5].

Při výstavbě ARIMA modelů je velmi důležité **určení řádu diferencování** „ d “. Jak již bylo uvedeno dříve se při analýze ekonomických časových řad prakticky setkáváme s integrovanými časovými řadami maximálně řádu 2, tj. $I(2)$, nejčastěji pak s řadami typu $I(1)$. Časové řady se tedy stacionarizují většinou prostřednictvím první či druhé diference. Pro určení řádu diferencování existuje několik postupů:

- a) Použití grafického znázornění časové řady. Pokud existují pochybnosti o stacionaritě časové řady je třeba znázornit i řadu prvních nebo dokonce druhých diferencí a opticky se stacionarita posoudí.
- b) Použití objektivnějších metod jako je např. studium odhadnuté autokorelační funkce dané řady a diferencí této řady. Jestliže hodnoty autokorelační funkce klesají pomalu a přibližně lineárně, pak je třeba provést další diferencování.
- c) Použití metody posuzující velikost odhadnutého rozptylu dané řady a rozptylů jejích diferencí. Za „ d “ se pak volí ta hodnota, která dává nejmenší odhadnutý rozptyl. Platí totiž, že rozptyly při postupném

diferencování klesají dokud není dosažena stacionarita a poté dochází k růstu rozptylu.

Sezónní procesy

Důležitou vlastností mnoha krátkodobých ekonomických časových řad je sezónnost. Jak již bylo uvedeno dříve sezónní složkou se rozumí periodické kolísání, které má systematický charakter a délku periody kratší (nebo rovnu) než jeden kalendářní rok. Toto kolísání probíhá pokaždé ve stejné nebo v modifikované podobě. Tradičním předpokladem tedy je, že sezónní složka časové má pravidelný deterministický charakter. Skutečnost však je někdy komplikovanější a zejména v oblasti ekonomických časových řad je rozumné předpokládat, že sezónní složka má charakter stochastický. Lze tedy dále hovořit buď o **modelech sezónních stacionárních časových řad** nebo **modelech sezónních integrovaných (nestacionárních) časových řad**.

Sezónní stacionární procesy SAR, SMA a SARMA

Modely používané pro modelování sezónních stacionárních procesů nesou značení SARMA $(p, q)(P, Q)$, kde „ p “ je řád procesu AR, „ q “ je řád procesu MA, „ P “ je řád sezónního procesu AR a „ Q “ je řád sezónního procesu MA. Podle počtu nulových řádů pak můžeme dospět k modelům SAR nebo SMA.

V praxi je možné se setkat s různými sezónními stacionárními procesy, které se mezi sebou liší v dílčích řádech. Patří mezi ně také:

- **SAR(1)** – sezónní autoregresní proces řádu jedna a lze jej vyjádřit ve tvaru

$$X_t = \phi_1 X_{t-s} + a_t,$$

- **SAR(P)** – sezónní autoregresní proces řádu „P“ a tento proces lze vyjádřit následujícím tvarem

$$X_t = \phi_1 X_{t-s} + \dots + \phi_P X_{t-s-P} + a_t,$$

- **SMA(1)** – sezónní proces klouzavých průměrů řádu jedna lze zapsat ve tvaru

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-s}$$

- **SMA(Q)** - sezónní proces klouzavých průměrů řádu „Q“ lze zapsat ve tvaru

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_Q a_{t-s-Q},$$

- **SARMA (p, q)(P, Q)** – smíšené sezónní nebo nesezónní procesy. Pokud jsou řády „p“ a „q“ nulové pak se jedná o smíšené sezónní procesy. V případě nenulových řádů „p“, „q“, „P“ a „Q“ pak proces obsahuje jak sezónní tak i nesezónní stacionární část.

Všechny tyto modely obsahují konstantu „s“, která představuje délku sezónní periody. Podmínky stacionarity a invertibility jsou formulovány stejným způsobem jako u výše uvedených AR, MA a ARMA procesů, tedy například u procesu **SARMA (0,0)(1,1)** je nutná podmínka stacionarity $|\phi_1| < 1$ a invertibility $|\theta_1| < 1$.

Sezónní nestacionární procesy SARIMA

Tyto procesy jsou tvořeny kumulací nezávislých stejně rozdělených náhodných veličin v různých sezónních zpoždění o proto se označují jako **sezónní integrované procesy**.

Modely popisující sezónní nestacionární procesy označujeme zkratkou SARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)$, kde „ p “ je řád procesu AR, „ q “ je řád procesu MA, „ d “ je řád prosté diference, „ P “ je řád sezónního procesu AR a „ Q “ je řád sezónního procesu MA a „ D “ je řád sezónní diference.

Základní rysy autokorelační a parciální autokorelační funkce procesu jsou podobné jako v případě ARIMA procesů, s tím rozdílem, že tvar ACF a PACF se periodicky opakuje v modifikacích odpovídajících klasickému modelu ARIMA.

Je nutné podotknout, že tvary ACF a PACF jsou poměrně komplikované a lze je těžko obecně jednoznačně popsat. Složitost vývoje ACF a PACF je dána tím, že se zde současně projevuje působení čtyř druhů parametrů (AR, MA, SAR a SMA) a navíc jde někdy o procesy, které jsou nestacionární.

Kritéria výběru vhodného modelu

Jak je patrné z výše uvedených skutečností existuje v současnosti široká škála metod a postupů použitelných při analýze a prognóze časových řad ukazatelů a lze předpokládat, že se jejich počet, na základě neustálého vývoje, bude dále zvyšovat. Při praktickém využití vzniká problém, který z nabízených modelů či přístupů zvolit. Je nutné poznamenat, že výpočetní složitost popř. jednoduchost použitých metod nehraje významnou roli, neboť v oblasti výpočetní techniky a programového vybavení byl učiněn velmi výrazný pokrok, který je spojen i s dostupností hardware a příslušného software.

Otázka volby a výběru vhodné metody pro modelování časové řady zůstává i nadále otevřená, protože i sebelepší manuál nemůže uživateli s menšími znalostmi či zkušenostmi poradit, která metoda by mohla být pro danou časovou řadu nejvhodnější. Při tom právě na vhodně vybraném modelu závisí přesnost získaných výsledků.

Kritéria a přístupy k volbě modelu v oblasti modelování časových řad je možné rozdělit do čtyř skupin [6]:

- věcně ekonomická kritéria,
- statistická kritéria na základě rozboru vývoje empirických charakteristik,
- statistická kritéria využívajících prostředků popisné a matematické statistiky,
- použití rozhodovacího schématu pro výběr vhodné metody.

Výše uvedená kritéria je možné ještě členit na **kritéria interpolační** a **kritéria extrapolační**. Interpolační kritéria vycházejí z chování časové řady ve sledovaném období a pomocí nich volíme model, který nejvhodněji vystihuje průběh a chování časové řady v minulosti. Naproti tomu kritéria extrapolační slouží k výběru modelu, který nejlépe simuluje chování řady v budoucnosti, tj., který bude vhodný pro stanovení předpovědí.

Věcně ekonomická kritéria

Věcně ekonomická kritéria vycházejí požadavku, aby model byl zvolen v souladu s věcnou analýzou sledovaného ekonomického jevu. Jedná se o znalosti, které má daný specialista k dispozici, a které nejsou často ani kvantifikovatelné. Jedná se o určité představy o charakteru vývoje příslušného ukazatele, na jehož základě můžeme zvolit vhodnou křivku (např. přímka, parabola, exponenciála, S-křivka, nebo příp. některou z adaptivních metod v případech, kdy dochází ke změnám trendu, nepravidelnostem a výkyvům ve vývoji časové řady).

Obecně lze o věcných kritériích říci, že jsou do značné míry subjektivní a právě proto jsou často nedoceňována a někdy přímo odmítána analyticky využívajícími výpočetní techniku, a kteří preferují jednoznačná matematická kritéria. V současnosti věcná kritéria opět získávají na významu a to vzhledem k vývoji mnoha ekonomických ukazatelů, které ztratily svůj dlouhodobý trend (zejm., v zemích bývalého východního bloku) a přizpůsobují se typickému vývoji ekonomických ukazatelů zemí, které neprošly cestou socialistického vývoje. Význam lze nalézt především tam, kde nejvhodnější model, stanovený dle matematických kritérií, neodpovídá ekonomické realitě. Věcná kritéria jsou tedy obecně používána při rozhodování, které z modelů vybraných dle jiných kritérií je možné vyloučit právě proto, že nevyhovují z věcně logického hlediska. V mnoha případech se věcná kritéria jeví jako rozhodující pro výběr vhodného modelu a to zejména v období, kdy dochází ke kvalitativním změnám v ekonomice.

Statistická kritéria na základě rozboru vývoje empirických charakteristik

Tato jednoduchá kritéria jsou využívána při volbě typu analytické funkce popisující průběh sledované časové řady, tedy modelů s neměnnými parametry, které předpokládají alespoň relativní stabilitu analytického tvaru i strukturálních parametrů funkce trendu v čase (kapitola 2.3). Extrapolace metodami analytického vyrovnávání

jsou příkladem principu „ceteris paribus“, který spočívá v předpokladu, že sledovaný jev se bude vyvíjet stejně jako v minulosti. Využití těchto kritérií je tedy omezené pouze na případy, kdy vývoj časové řady je relativně stálý. Vycházejí z jednoduchého rozkladu časové řady na trendovou a náhodnou složku. Volba modelu se v tomto případě provádí ve dvou krocích:

očištění časové řady od ostatních složek tak, abychom osamostatnili
dlouhodobý trend,
rozbor stability diferenčních charakteristik očištěné časové řady.

K očišťování časové řady se používá např. klouzavých průměrů, ať už tedy prostého klouzavého průměru, který reprodukuje přímkou nebo váženého klouzavého průměru pro reprodukci parabolického trendu. Je možné se setkat i se složitějšími typy vážených klouzavých průměrů, např. 15-ti bodové Spencerovy klouzavé průměry nebo Hendersonových filtrů (tuto metodu např. používá rozšířená metoda CENZUS II, která je často aplikovaná v počítačových paketech).

Cílem očištění časové řady je získat řadu s menším rozptylem náhodné složky. Vhodnou křivkou pro modelování trendu můžeme zpravidla identifikovat přímo z grafického zobrazení očištěné časové řady.

Na očištění řady navazuje rozbor stability diferenčních charakteristik vypočtených z hodnot očištěné časové řady. Nejjednodušší diferenční charakteristikou jsou první diference δ_1 vypočtené jako:

$$\delta_1 = y_i - y_{i-1}$$

Další diferenční charakteristiky jsou nejčastěji používány jako kritéria volby modelu společně s odpovídajícími vhodnými růstovými křivkami a jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka č. 3: Použití diferencí

Diferenční charakteristika	Charakter změny	Vhodná trendová funkce
δ_1	přibližně konstantní	přímka
δ_1	lineární (δ_2 přibližně konstantní)	parabola
δ_1^2	lineární	parabola 3. stupně
δ_1 / \bar{y}_1	přibližně konstantní	exponenciála
$\ln \delta_1$	lineární	posunutá exponenciála
$\ln \delta_1 / \bar{y}_1$	lineární	Gompertzova křivka
$\ln \delta_1 / \bar{y}_1^2$	lineární	S-křivka

kde symbol „ \bar{y}_1 “ znamená i-tou očištěnou hodnotu časové řady (klouzavý průměr). Je nutné však poznamenat, že v současnosti tabulka diferencí ztrácí na významu a to z důvodu pokroku v oblasti výpočetní techniky.

Statistická kritéria využívajících prostředků popisné a matematické statistiky

Kritéria této skupiny jsou tvořena na základě statistických vlastností řady a používáme je pro zhodnocení alternativních modelů časové řady. Jsou tedy universálnější než výše uvedené dvě skupiny kritérií, protože umožňují navzájem porovnat modely různých typů, např. modely analytického vyrovnávání, modely exponenciálního vyrovnávání, různé modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie apod. Tato kritéria lze rozdělit na dvě skupiny: **souhrnná**, která popisují celý model jedním číslem, a **strukturní**, která popisují pouze určitou vlastnost modelu.

Souhrnná kritéria

Souhrnná kritéria se používají pro přímé vzájemné porovnání různých modelů. V nabídce statistického software se lze obvykle setkat především s těmito kritérii, které lze také nazývat mírami vhodnosti zvoleného modelu [3]:

Mezi souhrnná kritéria patří tzv.: ME, MSE, MAE, MAPE a MPE jejichž hodnoty podávají zprávu o vhodnosti použitého modelu na danou časovou řadu. Čím menší je hodnota daného kritéria, tím je použitý model vhodnější. V současnosti je velmi často užívaným kritériem „střední absolutní procentuální chyba MAPE“, jejíž hlavní výhodou je, že jejím výstupem jsou procentuální hodnoty a tedy je možné dané modely věrněji srovnávat. Hodnota MAPE, resp. její výše se pohybuje v závislosti na dané situaci. Obecně za velmi vhodně použitý model je považována hodnota 10%, ale je možné se setkat i se situacemi, kdy je požadována hodnota 5% či naopak větší např. 15%.

Střední absolutní procentuální chyba MAPE (Mean Absolute Percentage Error)

$$MAPE = \sum \left(\frac{|y_t - y'_t|}{y_t} \right) \cdot \frac{100}{n} \quad [\%]$$

Další kritéria následují:

Střední chyba odhadu ME (Mean Error)

$$ME = \frac{\sum (y_t - y'_t)}{n},$$

kde y_t jsou hodnoty skutečné a y'_t jsou hodnoty vyrovnané (predikované) a n je počet údajů v časové řadě.

Tato míra je rovna nule vždy, když k odhadu parametrů použijeme klasickým způsobem metodu nejmenších čtverců. Pokud je však použita např. logaritmizace příp. použijeme jinou metodu pro odhad strukturálních parametrů, nabývá M. E. jiných hodnot než-li nulových.

Střední čtvercová chyba odhadu MSE (Mean Squared Error)

$$MSE = \frac{\sum (y_t - y'_t)^2}{n}$$

Střední čtvercová chyba odhadu je v současnosti jedním z nejpoužívanějších kritérií.

Střední absolutní chyba odhadu MAE (Mean Absolute Error)

$$MAE = \frac{\sum |y_t - y'_t|}{n}$$

Střední procentní chyba odhadu MPE (Mean Percentage Error)

$$MPE = \sum \left(\frac{y_t - y'_t}{y_t} \right) \cdot \frac{100}{n} \quad [\%]$$

Literatura také uvádí další souhrnné kritérium a to **index korelace** případně **index determinace**.

$$I = \sqrt{\left(1 - \frac{\sum (y_t - y'_t)^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2} \right)}, \text{ příp. } I^2,$$

kde „ \bar{y} “ je celkový průměr časové řady.

Index korelace (příp. index determinace) má své nedostatky. Není vhodným kritériem pokud funkce časové řady obsahuje „větší“ množství strukturálních parametrů. V takovém případě pak hodnota indexu korelace s růstem počtu parametrů také roste a v některých případech může být větší než 1 a mnohdy může být i záporný.

Řešením tohoto problému může být použití tzv. **rektifikovaného indexu korelace**.

$$I_R = \sqrt{\left[1 - (1 - I^2) \left(\frac{n}{n-1} - p\right)\right]},$$

kde „ p “ je počet parametrů.

Do skupiny souhrnných kritérií také patří následující kritéria, která jsou založena na upraveném součtu čtverců rezidujících a jiným způsobu penalizace za rostoucí počet parametrů. Mezi tyto kritéria patří:

Akaikeho $a = s^2 \left(1 + \frac{p}{n}\right)$, kde $s^2 = \frac{\sum (y_t - y'_t)^2}{n - p}$

podobně pak

Jonesovo $J = s^2 \left(1 + \frac{2p}{n}\right)$,

Schwarzovo $S = \ln s^2 + \left(p \frac{\ln n}{n}\right)$,

Andělovo $A = s^2 \left(1 + \frac{p \cdot c}{n^a}\right)$,

kde se doporučuje volit „ $c=1$ “, „ $a=1/4$ “.

Pro rozhodnutí, zda dát přednost složitějšímu modelu lze použít i celkový **F-test** založený na statistice:

$$F = \frac{\frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{p}}{\frac{\sum (y_t - y'_t)^2}{n - p}},$$

kde „ p “ je počet parametrů modelu a „ n “ je počet pozorování a za předpokladu homoskedasticity náhodných poruch v modelech má rozdělení $F[n;n-p]$. Někteří autoři používají F-test přímo pro srovnání různých modelů a jako nejlepší je považován ten, který poskytuje největší hodnotu F-testu, jinak řečeno, kdy H_0 F-testu má nejmenší vypočtenou pravděpodobnost.

V ekonometrických aplikacích analýzy časových řad bývá využíván tzv. **Theilův koeficient nesouladu** [3]

$$T^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (y_{n-m+j} - P_j)^2}{\sum_{j=1}^m y_{n-m+j}^2},$$

kde $j = 1, 2, \dots, m$

m je délka zkrácení časové řady rovna předpovědnímu období

P_j je předpověď na j -období dopředu modelem vypočteným z $n-m$ hodnot

y_j jsou napozorované hodnoty časové řady.

Při praktickém použití se využívá veličina:

$$T = \sqrt{T^2} \cdot 100 \quad [\%]$$

Za optimální se ve všech uvedených kritériích bere model s minimální hodnotou příslušného kritéria (vyjma indexu korelace a index determinace).

Strukturní kritéria

Tento typ kritérií popisuje dílčí vlastnosti modelů vyplývající z jejich struktury a mají nejčastěji interpolační charakter. Jde v podstatě o ověření jednotlivých předpokladů konstrukce modelu, používaných v regresní analýze. Nejdůležitější z nich jsou [7]:

- testy významnosti parametrů
- testy náhodnosti reziduí

Testy významnosti parametrů jsou konstruovány na základě předpokladu normality náhodných poruch. Například klasický **t-test**:

$$t = \frac{b_1}{s_{b_1}},$$

který testuje hypotézu o nevýznamnosti jednotlivých strukturálních parametrů regresního modelu. Na základě t-testu je možné vyloučit některé nevýznamné parametry z modelu.

Mezi nejdůležitější **testy náhodnosti reziduí** patří testy autokorelace, jimiž se ověřuje nezávislost náhodných poruch (reziduí) v modelu. Nejpoužívanějším je tzv. **Durbin-Watsonův test autokorelace**:

$$DW = \frac{\sum_{j=1}^m (e_j - e_{j-1})^2}{\sum_{j=1}^m e_j^2}.$$

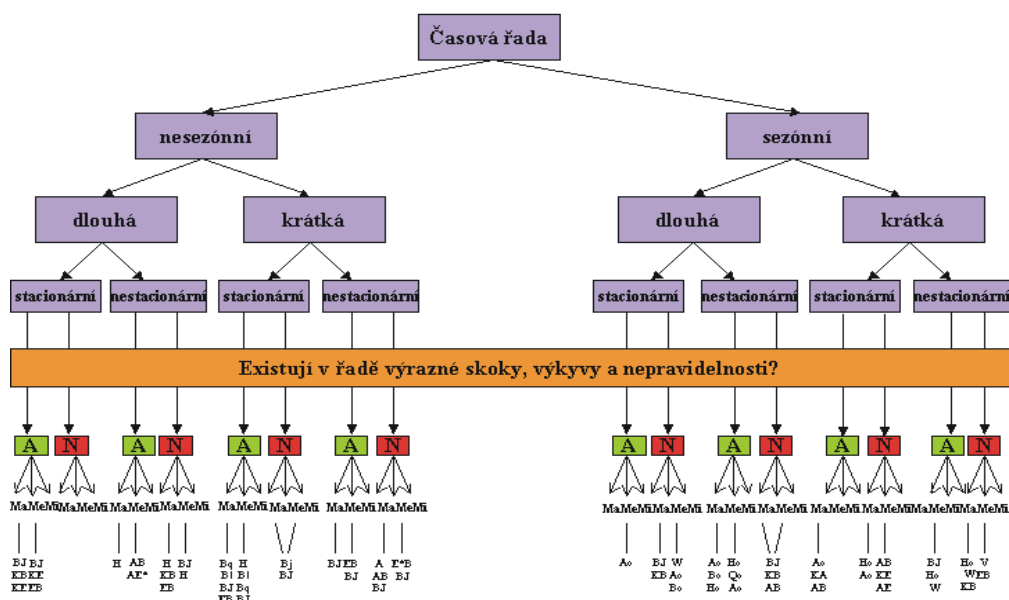
Statistika „DW“ může nabývat hodnot z intervalu (0; 4). V případě nezávislosti reziduí se „DW“ pohybuje kolem čísla „2“. Hodnoty blízké číslu „0“ znamenají přímou závislost a hodnoty blízké číslu „4“ nepřímou závislost. Pokud test ukáže závislost reziduí, ve většině případů to znamená, že model trendu není adekvátní.

Použití rozhodovacího schématu pro výběr vhodné metody

Výběr vhodné metody pro analýzu a zejména extrapolaci časové řady na základě rozhodovacího schématu je zcela odlišný přístup od výše uvedených postupů. Zejména při použití statistických kritérií se předpokládá vytvoření několika modelů a na základě statistických vlastností modelů je vybrán ten „nejlepší“. Vytvoření rozhodovacího schématu, podle něhož by daný uživatel měl možnost zvolit vhodnou metodu pro analýzu a extrapolaci časových řad vychází z myšlenky, že vhodnost metody extrapolace závisí na charakteru a vlastnostech dané časové řady. Předpokladem tedy je existence určité systemizace časových řad podle různých kritérií a jim přiřazení vhodných metod extrapolace, aniž by nebyly předem vytvořeny a následně zkoumány žádné modely časové řady. Pokus vytvořit rozhodovací schéma učinil již v roce 1971 D. J. Ried a publikoval jej Kendall [8].

Riedovo rozhodovací schéma je prezentováno obrázkem č. 3 na následující straně.

Obrázek č. 3: Riedovo rozhodovací schéma



Výběr vhodného rozhodovacího postupu

Nalezení vhodného modelu průběhu časové řady je poměrně jednoduchá úloha, ale vhodnost modelu pro popis průběhu časové řady ještě není zárukou, že tento model bude poskytovat přesné extrapolací předpovědi. Kritériem pro výběr modelu musí být fakt, jak jednotlivé modely reagují na případné průběžné změny okolností a podmínek, které mění průběh časové řady a jak přesné extrapolací předpovědi jsou schopny přitom poskytovat [7].

Rozhodnutí, které kritérium bude nejvhodnější, resp. , který model pro danou časovou řadu bude nejvhodnější, je vždy značně subjektivní záležitost. I když má analytik k dispozici výkonný statistický software, ve kterém jsou všechna možná kritéria implementovaná, volba konečného modelu bude určitou syntézou výsledků a doporučení z jednotlivých kritérií, neboť ta často nemusejí být v souladu a mnohdy si dokonce odporují [6].

Volba vhodného modelu se tak stává úlohou multikriteriálního rozhodování, kde váhy jednotlivých kritérií jsou subjektivně stanoveny uživatelem a závisejí na jeho vlastnostech a zkušenostech. Rozhodnutí je pak konfrontací výsledků statistických testů a vypočtených charakteristik s grafickou a především věcnou analýzou časové řady.

VÝSLEDKY PRÁCE

V kapitole „Vypracování“ bude uveden seznam časových řad použitých pro dosažení cílů této práce, jejich rozdělení do jednotlivých skupin, dále pak postup jejich zpracování v systému SAS a přehled použitých prognostických modelů, následovat bude dokumentace jednotlivých i celkových výsledků a také vyhodnocení úspěšnosti jednotlivých modelů a jejich skupin.

Analyzované časové řady

Časové řady použité pro vypracování této práce byly vybrány z oblasti agrárního sektoru České republiky. Důvodem tohoto výběru byly:

- 1) původ dat z jednoho odvětví národního hospodářství,
- 2) rozmanitost a velké množství použitelných údajů,
- 3) zaměření univerzity, na které je práce zpracovávána,
- 4) tvorba rozhodovacího schématu právě pro oblast zemědělských dat.

Jednotlivé časové řady jsou rozděleny do tří skupin dle periodicity zjišťování na roční, čtvrtletní a měsíční.

Analyzované časové řady se vztahovaly k velmi rozdílnému referenčnímu období (nejdelší časové řady zahrnovaly více jak 100 členů, nejkratší pak 15). Pro potřeby jejich zpracování a identifikace vhodných modelů bylo v dané práci zvoleno jejich členění na dlouhé a krátké, případně velmi krátké, velmi dlouhé nebo střední (podle možností jednotlivých skupin časových řad). Zvolená konvence členění odpovídá obdobnému schématu v použité literatuře [7].

Údaje byly čerpány z datových zdrojů Českého statistického úřadu.

Roční časové řady

Údaje pocházely z období od roku 1948 až do roku 2003. Tyto časové řady byly zařazeny do skupiny dlouhých ročních časových řad ($n \geq 40$). Aby bylo možné časové řady rozdělit dle jejich délky, byly zkráceny na délku $n < 40$ a poté ještě na délku $n < 16$. Vznikly tedy tři skupiny časových řad (pro následnou analýzu) o 62 dílčích časových řadách:

- dlouhé – kde $n \geq 40$,
- krátké – kde $n < 40$,
- velmi krátké – kde $n < 16$.

Pro pozdější návrh rozhodovacího schématu je možné výsledky skupin „krátké časové řady“ a „velmi krátké časové řady“ sloučit pod jednu skupinu s názvem „krátké časové řady“, pokud to tedy výsledky „umožní“.

Do skupiny ročních časových řad byly zařazeny následující časové řady:

(abecedně seřazeno)

- Celer – hektarový výnos v tunách
- Česnek – hektarový výnos v tunách
- Cibule – hektarový výnos v tunách
- Drůbež – stav v kusech
- Hrách dřeňový – hektarový výnos v tunách
- Hrubá zemědělská produkce na 1 ha celkem
- Hrubá zemědělská produkce na 1 ha celkem - index
- Hrubá zemědělská produkce na 1 ha – rostlinná produkce
- Hrubá zemědělská produkce na 1 ha – rostlinná produkce (index)
- Hrubá zemědělská produkce na 1 ha – živočišná produkce

- Hrubá zemědělská produkce na 1 ha – živočišná produkce (index)
- Hrubá zemědělská produkce na 1 pracovníka celkem
- Hrubá zemědělská produkce na 1 pracovníka (index)
- Hrubá zemědělská produkce na 1 pracovníka – rostlinná produkce
- Hrubá zemědělská produkce na 1 pracovníka – rostlinná produkce (index)
- Hrubá zemědělská produkce na 1 pracovníka – živočišná produkce
- Hrubá zemědělská produkce na 1 pracovníka – živočišná produkce (index)
- Ječmen – osevní plocha (ha)
- Ječmen – sklizeň (t)
- Ječmen – výnos hektarový výnos v tunách
- Kapusta – hektarový výnos v tunách
- Kedlubny – hektarový výnos v tunách
- Koně stav v kusech
- Krávy stav v kusech
- Kukuřice – osevní plocha (ha)
- Kukuřice – sklizeň (ha)
- Kukuřice – výnos hektarový výnos v tunách
- Květák – hektarový výnos v tunách
- Mrkev a karotka – hektarový výnos v tunách
- Okurky nakladačky – hektarový výnos v tunách
- Okurky salátovky – hektarový výnos v tunách
- Osevní plocha – celkem (ha)
- Osevní plocha – brambory (ha)
- Osevní plocha – cukrovka (ha)
- Osevní plocha – ječmen (ha)
- Osevní plocha – kukuřice zrno(ha)
- Osevní plocha – len (ha)

- Osevní plocha – luskoviny celkem(ha)
- Osevní plocha – luskoviny jedlé (ha)
- Osevní plocha – obiloviny celkem (ha)
- Osevní plocha – oves (ha)
- Osevní plocha – píce (ha)
- Osevní plocha – pšenice (ha)
- Osevní plocha – řepka (ha)
- Osevní plocha – žito (ha)
- Ovce stav v kusech
- Oves – osevní plocha (ha)
- Oves – sklizeň (t)
- Oves – výnos hektarový výnos v tunách
- Petržel – hektarový výnos v tunách
- Prasata stav v kusech
- Prasnice stav v kusech
- Pšenice – osevní plocha (ha)
- Pšenice – sklizeň (t)
- Pšenice – výnos (t)
- Rajčata – hektarový výnos v tunách
- Skot stav v kusech
- Slepice stav v kusech
- Zelí – hektarový výnos v tunách
- Žito – osevní plocha (ha)
- Žito – sklizeň (t)
- Žito – výnos hektarový výnos v tunách

Čtvrtletní časové řady

Údaje pocházely z období 1.čtvrtletí 1992 až 4. čtvrtletí 2003. Tyto časové řady byly zařazeny do skupiny dlouhých čtvrtletních časových řad ($n \geq 40$). Pro možnost zkoumat i časové řady s méně údaji, byly dlouhé časové řady zkráceny a patří jim tedy přívlastek krátké, tj. $n < 40$.

V rámci skupiny čtvrtletní časové řady tedy byly analyzovány dvě podskupiny:

- dlouhé – kde $n \geq 40$,
- krátké – kde $n < 40$.

Do skupiny čtvrtletních časových řad byly zařazeny následující časové řady:

(abecedně seřazeno)

- Drůbež – prodej v tunách živé hmotnosti
- Drůbež – prodej v tunách živé hmotnosti (index)
- Jatečná zvířata – v tunách živé hmotnosti
- Jatečná zvířata – v tunách živé hmotnosti (index)
- Krávy – počty v tisících ks
- Krávy – počty v tisících ks (index)
- Mléko – prodej v litrech
- Mléko – prodej v litrech (index)
- Prasata – počty v tisících ks
- Prasata – počty v tisících ks (index)
- Prasnice – počty v tisících ks
- Prasnice – počty v tisících ks (index)
- Skot – počty v tisících ks
- Skot – počty v tisících ks (index)
- Vejce – prodej v tisících ks
- Vejce – prodej v tisících ks (index)

Měsíční časové řady

Údaje pro měsíční časové řady pocházely z období od ledna 1991 do července 2005. Tyto časové řady byly zařazeny do skupiny velmi dlouhých měsíčních časových řad ($n \geq 90$). Následně byly nejstarší údaje odebrány a vznikly tak časové řady dlouhé ($60 \leq n < 90$). Stejný postup se opakoval a následně vznikly řady střední ($30 \leq n < 60$) a krátké ($30 < n$). Celkem byly tedy analyzovány měsíční časové řady:

- velmi dlouhé – kde $n \geq 90$,
- dlouhé - kde $60 \leq n < 90$,
- střední – kde $30 \leq n < 60$,
- krátké – kde $n < 30$.

Do skupiny měsíčních časových řad byly zařazeny následující časové řady:
(abecedně seřazeno)

- Býci jateční tř.j. A v mase – v korunách za tunu
- Býci jateční tř.j. A v živém – v korunách za tunu
- Býci jateční tř.j. B v mase – v korunách za tunu
- Býci jateční tř.j. B v živém – v korunách za tunu
- Jalovice jatečné tř.j. A v mase – v korunách za tunu
- Jalovice jatečné tř.j. A v živém – v korunách za tunu
- Jalovice jatečné tř.j. B v mase – v korunách za tunu
- Jalovice jatečné tř.j. B v živém – v korunách za tunu
- Ječmen krmný – v korunách za tunu
- Ječmen potravinářský – v korunách za tunu
- Ječmen sladovnický – v korunách za tunu
- Krávy jatečné tř.j. A v mase – v korunách za tunu
- Krávy jatečné tř.j. A v živém – v korunách za tunu

- Krávy jatečné tř.j. B v mase – v korunách za tunu
- Krávy jatečné tř.j. B v živém – v korunách za tunu
- Kukuřice krmná – v korunách za tunu
- Oves krmný – v korunách za tunu
- Prasata jatečná tř.j. I v mase – v korunách za tunu
- Prasata jatečná tř.j. III v mase – v korunách za tunu
- Prasata jatečná tř.j. I v živém – v korunách za tunu
- Prasata jatečná tř.j. V v živém – v korunách za tunu
- Pšenice krmná – v korunách za tunu
- Pšenice potravinářská – v korunách za tunu
- Telata jateční savá tř.j. A v živém – v korunách za tunu
- Telata jateční savá tř.j. B v živém – v korunách za tunu
- Žito – v korunách za tunu

Použitý software

Pro modelování jednotlivých časových řad byl využit statistický programový systém SAS, konkrétně prognostické modely, které jsou jím nabízeny a jsou konstruovány pomocí komponenty TSFS (Time Series Forecasting System).

Jako hodnotící kritérium bylo vybrána MAPE (střední absolutní procentuální chyba).

Jako další byl použit MS Excel, který sloužil nejen ke grafické úpravě výsledků, ale především k uspořádání a sumarizaci velkého množství dat prostřednictvím kontingenčních tabulek (viz. CD příloha).

Seznam použitých modelů

Systém SAS nabízí různé třídy modelů jednorozměrných časových řad. V základní nabídce implementované v modulu TSFS jsou uvedeny analytické trendové modely, adaptivní modely exponenciálního vyrovnávání a různé varianty modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie. Aby bylo možné proces modelování efektivně zrychlit, systém SAS nepracuje se všemi těmito modely, ale pomocí určitých heuristických kritérií vybírá pouze ty modely, které jsou adekvátní pro konkrétní analyzované časové řady. Uvedený heuristický výběr se opírá o diagnostická kritéria orientovaná na posouzení:

- a) přítomnosti trendu v časové řadě,
- b) přítomnosti periodicity resp. sezónnosti dané časové řady,
- c) stacionarity časové řady.

Pokud je časová řada identifikována jako nestacionární, systém SAS automaticky realizuje stacionarizující transformaci spočívající v logaritmování vstupních údajů analyzované časové řady. Modely zkonstruované pro takto upravené časové řady jsou pak označovány zkratkou „LOG“ před jménem příslušného modelu.

Pro analýzu časových řad v rámci dané práce bylo použito 11 modelů analytického vyrovnávání, 14 modelů exponenciálního vyrovnávání a 54 Boxových-Jenkinsových modelů. Celkem tedy 79 prognostických modelů a to včetně zlogaritmovaných variant. Jejich seznam je prezentován v následujícím přehledu.

Modely analytického vyrovnání

Abecedně řazený seznam modelů dle terminologie systému SAS:

- **Exponenciální trendová funkce** (Exponential Trend)
- **Kvadratická trendová funkce** (Quadratic Trend)
- **Kvadratická trendová funkce aplikovaná na transformovaná data** (Log Quadratic Trend)
- **Lineární trendová funkce** (Linear Trend)
- **Lineární trendová funkce aplikovaná na transformovaná data** (Log Linear Trend)
- **Lineární trendová funkce s autoregresními chybami** (Linear Trend with Autoregressive Errors)
- **Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data** (Log Linear Trend with Autoregressive Errors)
- **Lineární trendová funkce se sezónními členy** (Linear Trend with Seasonal Terms)
- **Lineární trendová funkce se sezónními členy aplikovaná na transformovaná data** (Log Linear Trend with Seasonal Terms)
- **Logistická trendová funkce** (Logistic Trend)
- **Trendová S-křivka** (Power Curve Trend)

Modely exponenciálního vyrovnávání

Abecedně řazený seznam modelů dle terminologie systému SAS:

- **Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání** (Double (Brown) Exponential Smoothing)
- **Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data** (Log Double (Brown) Exponential Smoothing)
- **Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem** (Damped Trend Exponential Smoothing)
- **Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data** (Log Damped Trend Exponential Smoothing)
- **Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data** (Log Linear (Holt) Exponential Smoothing)
- **Holtovo exponenciální vyrovnávání** (Linear (Holt) Exponential Smoothing)
- **Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání** (Simple Exponential Smoothing)
- **Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data** (Log Simple Exponential Smoothing)
- **Sezónní exponenciální vyrovnávání** (Seasonal Exponential Smoothing)
- **Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data** (Log Seasonal Exponential Smoothing)
- **Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta** (Winters Method -- Additive)

- **Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta** (Log Winters Method -- Additive)
- **Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikativní varianta** (Winters Method -- Multiplicative)
- **Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikativní varianta** (Log Winters Method -- Multiplicative)

Boxovy-Jenkinsovy modely

Abecedně řazený seznam modelů dle terminologie systému SAS:

Symbol „s“ znamená délku příslušného sezónního cyklu (u čtvrtletních časových řad se $s = 4$, u měsíčních časových řad se $s = 12$) a „NOINT“ označuje modely, které neobsahují absolutní člen ve svém zápisu.

- AR(1)
- AR(1) aplikovaný na transformovaná data
- AR(1) NOINT
- AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- AR(2)
- AR(2) aplikovaný na transformovaná data
- AR(2) NOINT
- AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(0,1,1)(0,1,1)s
- ARIMA(0,1,1)(0,1,1)s aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT
- ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(0,1,1)s NOINT
- ARIMA(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data

- ARIMA(0,1,2)(0,1,1)s NOINT
- ARIMA(0,1,2)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(0,2,2)(0,1,1)s NOINT
- ARIMA(0,2,2)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(1,1,1)
- ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(1,1,1) NOINT
- ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s
- ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(2,1,0)(0,1,1)s NOINT
- ARIMA(2,1,0)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARIMA(2,1,2)(0,1,1)s NOINT
- ARIMA(2,1,2)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(1,1)
- ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(1,1) NOINT
- ARMA(1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(1,2)
- ARMA(1,2) aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(1,2) NOINT
- ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(2,1)
- ARMA(2,1) aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(2,1) NOINT
- ARMA(2,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(2,2)
- ARMA(2,2) aplikovaný na transformovaná data
- ARMA(2,2) NOINT
- ARMA(2,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data

- MA(1)
- MA(1) aplikovaný na transformovaná data
- MA(1) NOINT
- MA(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- MA(2)
- MA(2) aplikovaný na transformovaná data
- MA(2) NOINT
- MA(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data
- Model náhodné procházky s posunem
- Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data

Tento způsob výběru modelů zajistil dostatečný počet významných prognostických modelů a to jak ze skupiny modelů analytického vyrovnávání, tak i ze skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání a samozřejmě i ze skupiny modelů dle metodiky Boxe a Jenkinse.

Výsledková část

V této části budou představeny a popsány dosažené výsledky jak z pohledu jednotlivých skupin časových řad, tak i z pohledu výše popsaných modelů, respektive jejich úspěšnosti. Součástí také bude navržení vhodných modelů pro jednotlivé skupiny časových řad a z toho bude následně odvozeno rozhodovací schéma pro skupinu časových řad z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství ČR.

Dílčí výsledky (dle jednotlivých skupin časových řad)

Jak již bylo popsáno výše byly získané časové řady rozděleny do tří skupin dle periodicity získávání údajů na roční, čtvrtletní a měsíční, následně pak vytvořeny a rozděleny podle délky (počtu údajů v časové řadě).

Vzhledem k rozsáhlosti získaných dat, byly dílčí výsledky umístěny do přílohy v tabulkové části (7. Tabulková část), kde je možné zjistit výsledky modelování pro jednotlivé výše zmíněné časové řady. Jedná se o údaje obsahující vždy počet modelů s úspěšným použitím při hodnotě MAPE do 1%, 1 – 5%, 5 – 10% a 10 – 15% pro každou konkrétní časovou řadu (viz. obrázek č. 4).

Obrázek č. 4: Ukázka tabulky pro zaznamenání úspěšnosti skupin modelů

Absolutně					
MAPE 0 až 1	MAPE 1 až 5	MAPE 5 až 10	MAPE 10 až 15	MAPE 15 a víc	
0	0	0	0	7	Modely analytického vyrovnávání
0	3	5	0	0	Modely exponenciálního vyrovnávání
0	6	4	0	0	Boxovy-Jenkisovy modely
Relativně					
MAPE 0 až 1	MAPE 1 až 5	MAPE 5 až 10	MAPE 10 až 15	MAPE 15 a víc	
0	0	0	0	63.6364	Modely analytického vyrovnávání
0	21.4286	35.7143	0	0	Modely exponenciálního vyrovnávání
0	11.1111	7.4074	0	0	Boxovy-Jenkisovy modely

Jak je patrné z obrázku č. 4, přehled je tvořen jak konkrétními výskyty jednotlivých skupin modelů, tak i jejich procentuelním vyjádření. Konkrétně je možné obrázek č. 4 popsat následovně:

- Při 1% MAPE se nejevil žádný z modelů jako vhodný.
- Při 5% MAPE lze hodnotit 3 modely exponenciálního vyrovnávání a 4 modely Boxe a Jenkinse jako vhodné pro modelování dané časové řady.
- Při MAPE 5% - 10% lze jako vhodné označit 5 modelů exponenciálního vyrovnávání a 4 modely Boxe a Jenkinse atd.
- Dále je patrné, že pro danou časovou řadu nebyl vhodný (pro modelování) žádný model analytického vyrovnávání.
- Dle procentuálního vyjádření lze porovnat relativní úspěšnost jednotlivých skupin modelů.

Roční časové řady – výsledky

Jako první byly vyhodnocovány časové řady dlouhé, následně pak krátké a také velmi krátké. Skupina ročních časových řad velmi krátkých nabývala délky 15 ($n=15$) a pokud to bude nutné, bude tvořit speciální skupinu ročních časových řad v rozhodovacím schématu. Pokud se naopak prokáže, že svými výsledky se neliší od skupiny ročních časových řad krátkých, budou výsledky zahrnuty globálně do skupiny $n < 40$.

Čtvrtletní časové řady – výsledky

Pro čtvrtletní časové řady byly stanoveny dvě skupiny dělené dle délky časové řady – dlouhé $n \geq 40$ a krátké $n < 40$. Nebylo možné rozdělit tyto časové řady na

detailnější skupiny především kvůli nedostupnosti údajů. Získané údaje byly ovšem dostačující pro potřeby dané práce a tedy pro vytvoření validního rozhodovacího schématu.

Měsíční časové řady - výsledky

U měsíční časových řad bylo možné vytvořit více podskupin, které byly dobře obsazeny údaji. Byly vytvořeny řady velmi dlouhé, kde $n \geq 90$, dlouhé ($60 \leq n < 90$), střední ($30 \leq n < 60$) a krátké ($n < 30$). Jejich výsledky jsou zobrazeny v přílohové části.

Na základě těchto výsledků nelze přesně stanovit vhodnost použití jednotlivých modelů resp. jejich skupin. Je potřeba stanovit propracovanější postup pro hodnocení vhodnosti použití jednotlivých skupin modelů. O možném podrobnějším postupu bude pojednávat následující kapitola 6.2.

Souhrnné výsledky

V této části budou popsány postupy pro přesnější vyhodnocení úspěšnosti jednotlivých skupin modelů resp. vyhodnocení úspěšnosti jednotlivých modelů pro jednotlivé skupiny časových řad. Důležitým hlediskem bude také fakt, zda-li je možné získané výsledky zobecnit.

Hodnocení úspěšnosti jednotlivých modelů

V rámci tohoto hodnocení bylo důležité hodnotící kritérium MAPE, nyní rozdělené pouze do skupin: $MAPE \leq 5$, $MAPE \leq 10$ a $MAPE \leq 15$. Důležitým a jediným znakem pro hodnocení modelu byla jeho četnost výskytu v dané skupině (dle MAPE). Modely byly hodnoceny v rámci jednotlivých časových řad rozdělených podle jejich délky. Úvodní hodnocení v této kapitole vždy začíná od skupiny $MAPE \leq 5$ a pouze v případě, že nedojde k „hodnotnému“ výsledku, bude pokračováno na následující skupinu atd.. Hodnotným výsledkem se rozumí odpovídající četnost použití daného modelu v rámci skupiny časových řad. Tento fakt bude ověřen – otestován. Poté bude možné tvrdit, zda-li je možné dosažené výsledky zobecnit pro časové řady z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství České republiky či jsou použitelné pouze pro dané časové řady.

Hodnotným výsledkem pro použitý model bude ten stav, kdy daný model bude vhodné použít alespoň v 75% případů, kdy byl použit nebo pokud se % výskyt nebude statisticky významně lišit od hodnoty 75% na hladině významnosti 5% (tj. v případě jednostranné H_0 10%).

Hodnota teoretické úspěšnosti 75% se jeví jako dostatečná pro otestování vhodnosti modelů. Jinak řečeno, pokud byl model pro danou skupinu časových řad při použití MAPE hodnocen jako úspěšný alespoň u 75% časových řad z dané skupiny, byl považován za obecně použitelný pro časovou řadu o stejných parametrech.

Pro otestování $H_0: p \leq p_0$ (že relativní četnost výskytu modelu není statisticky významně menší než 0,75) bylo použito testovací kritérium:

$$u = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}},$$

kde „ p “ je vypočtená relativní četnost (vhodnosti použití daného modelu), „ p_0 “ je teoretická hodnota a „ n “ je počet časových řad (v rámci dané skupiny).

V případě, že vypočtená hodnota „ u “ bude menší než daná tabulková hodnota (kritická hodnota normálního rozdělení) „ $-u_{2\alpha}$ “ ($u < -u_{2\alpha}$), se H_0 zamítne a tedy výsledek daného modelu nelze zobecnit.

Testovat hodnoty větší než 75% bylo vzhledem k smyslu testování nepotřebné a výsledky modelů s relativní četností použitelnosti vyšší jak 0,75 byly považovány za zobecnitelné.

Roční časové řady – dlouhé $n \geq 40$

Výsledky byly pořízeny z modelování celkem 62 ročních časových řad dlouhých.

Na základě uvedeného testového kritéria bylo vypočteno, že statisticky významný počet použitelnosti jednotlivých modelů je 40 výskytů, tj. 64,52%. Jinak řečeno u modelů, které nedosáhnou zmíněných čísel není možné potvrdit, zda-li jsou použitelné obecně u ročních časových řad z agrárního sektoru národního hospodářství České republiky. Výsledky, které dosahují či převyšují hodnotu 40-ti výskytů, resp. 64,52%, je možné zobecnit.

Hodnocení při vypočtené $MAPE \leq 5$

Jak je patrné z tabulky č. 4 nevhodnější modely jsou modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie a modely exponenciálního vyrovnávání, ale výsledky vzhledem k zjištěným okolnostem nelze zobecnit.

Tabulka č. 4: Časové řady roční – dlouhé ($MAPE \leq 5$)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	7	11.29
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	7	11.29
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	7	11.29
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	7	11.29

AR(2)	6	9.68
ARIMA(1,1,1) NOINT	6	9.68
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	6	9.68
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	6	9.68
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	6	9.68
ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	6	9.68

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

Rovněž z tabulky č. 5 lze vyčíst, že nejvhodnější modely pro modelování daných ročních časových řad krátkých jsou Boxovy-Jenkisovy modely a modely exponenciálního vyrovnávání. Také v tomto případě nelze zjištěné výsledky zobecnit.

Tabulka č. 5: Časové řady roční – dlouhé (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	28	45.16
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	28	45.16
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	28	45.16
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	27	43.55
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	26	41.94
Model náhodné procházky s posunem	26	41.94
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	24	38.71
Holtovo exponenciální vyrovnávání	23	37.10
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	22	35.48
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	21	33.87
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	21	33.87
ARIMA(1,1,1) NOINT	20	32.26
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	20	32.26
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	20	32.26
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	20	32.26

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Při použití výsledků, kdy hranice použitelnosti byla stanovena hodnotou MAPE ≤ 15 , došlo u tří modelů, resp. u jejich počtů použitelnosti, k překročení popsaných hranic

a tedy i k možnosti tyto výsledky zobecnit. Jde o modely: jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání a jeho obdoba použitá na transformovaná data a dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání (viz tabulka č. 6).

Tabulka č. 6: Časové řady roční – dlouhé (MAPE \leq 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	42	67.74
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	41	66.13
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	40	64.52
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	39	62.90
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	39	62.90
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	38	61.29
Model náhodné procházky s posunem	36	58.06
Holtovo exponenciální vyrovnávání	35	56.45

Roční časové řady – krátké $n < 40$

Podobně i u skupiny časových řad ročních krátkých bylo použito stejných parametrů jako u skupiny časových řad ročních dlouhých, tzn. 62 časových řad, hladina významnosti 5%, $p_0 = 0,75$. Stejně jsou samozřejmě i hladiny resp. počty použitelnosti jednotlivých modelů, tj. 40 výskytů (64,52%).

Hodnocení při vypočtené MAPE \leq 5

Jako nejvhodnější modely se jeví opět modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxe a Jenkinse. Vzhledem k číselným hodnotám v tabulce č. 7 nelze tyto výsledky zobecnit.

Tabulka č. 7: Časové řady roční – krátké (MAPE \leq 5)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	13	20.97
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	13	20.97

Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	13	20.97
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	13	20.97
Holtovo exponenciální vyrovnávání	12	19.35
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	19.35
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	19.35
ARIMA(1,1,1) NOINT	11	17.74
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	11	17.74
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	11	17.74
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	11	17.74
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	11	17.74
Model náhodné procházky s posunem	11	17.74

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

Z tabulky č. 8 je patrné, že mezi nejvhodnější modely patří opět modely Boxe a Jenkinse a modely exponenciálního vyrovnávání. Výsledky ale není možno zobecnit.

Tabulka č. 8: Časové řady roční – krátké (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	29	46.77
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	28	45.16
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	28	45.16
Model náhodné procházky s posunem	28	45.16
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	27	43.55
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	27	43.55
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	40.32
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	24	38.71
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	23	37.10
Holtovo exponenciální vyrovnávání	23	37.10
ARIMA(1,1,1) NOINT	21	33.87
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	33.87
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	21	33.87
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	33.87
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	33.87

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Pokud zvýšíme hodnotu kritéria MAPE ≤ 15 , pak dle výsledků v tabulce č. 9 lze vyčíst, že obecně vhodné jsou modely dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání a jeho obdoba aplikovaná na transformovaná data a jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání. Z modelů metodologie Boxe a Jenkinse se jako nejvhodnější jeví model náhodné procházky s posunem a jeho obdoba aplikovaná na transformovaná data. Tyto uvedené modely jsou nejen nejvhodnější pro modelování daných časových řad, ale jejich výsledky lze též zobecnit.

Tabulka č. 9: Časové řady roční – krátké (MAPE ≤ 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	42	67.74
Model náhodné procházky s posunem	42	67.74
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	41	66.13
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	41	66.13
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	40	64.52
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	39	62.90
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	37	59.68
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	36	58.06
Holtovo exponenciální vyrovnávání	35	56.45
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	35	56.45
ARIMA(1,1,1) NOINT	33	53.23
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	32	51.61

Roční časové řady – velmi krátké $n < 16$

Také u skupiny časových řad ročních velmi krátkých bylo použito totožných parametrů jako u skupiny časových řad ročních dlouhých a krátkých. Stejně jsou samozřejmě i hladiny, resp. počty použitelnosti jednotlivých modelů, tj. 40 výskytů (64,52%).

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 5

Z tabulky č. 10 je patrné, že trend z předchozích dvou skupin časových řad se opakuje, tzn. že výsledky „upřednostňují“ Boxovy a Jenkinsovy modely a modely exponenciálního vyrovnávání, ale nelze je zobecnit.

Tabulka č. 10: Časové řady roční – velmi krátké (MAPE ≤ 5)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	14	22.58
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	13	20.97
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	12	19.35
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	12	19.35
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	11	17.74
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	11	17.74
Holtovo exponenciální vyrovnávání	11	17.74

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

Totožných výsledků bylo dosaženo i v případě, že je tolerována MAPE do 10% viz tabulka č. 11.

Tabulka č. 11: Časové řady roční – velmi krátké (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	26	41.94
Model náhodné procházky s posunem	25	40.32
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	23	37.10
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	23	37.10
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	23	37.10
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	23	37.10
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	22	35.48
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	22	35.48
Holtovo exponenciální vyrovnávání	21	33.87
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	21	33.87

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Ani v případě 15% MAPE nelze výsledky, tedy vhodnost použití Boxových a Jenkinsových modelů a modelů exponenciálního vyrovnávání, zobecnit.

Tabulka č. 12: Časové řady roční – velmi krátké (MAPE ≤ 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Model náhodné procházky s posunem	38	61.29
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	37	59.68
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	37	59.68
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	36	58.06
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	36	58.06
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	36	58.06
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	34	54.84
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	34	54.84
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	33	53.23
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	33	53.23
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	32	51.61

Celkové hodnocení výsledků pro skupinu ročních časových řad

Z výsledků dosažených při modelování skupiny časových řad ročních (Tabulky č. 4-12) je patrné, že nejvhodnější modely pocházejí ze skupin modelů exponenciálního vyrovnávání a modelů Boxe a Jenkinse. Použitelnost modelů analytického vyrovnávání je pro roční časové řady z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství České republiky velmi malá, resp. používání této skupiny modelů je pro dané časové řady nevhodné.

Při podrobnějším pohledu je možné zobecnit získané výsledky pouze při 15% MAPE a to u časových řad dlouhých, kde se jako nejvhodnější jeví modely jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání a jeho obdoba použitá na transformovaná data

a dvojité Brownovo exponenciální vyrovnávání – tedy modely exponenciálního vyrovnávání. U krátkých řad se ze skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání jako nejvhodnější ukázaly: dvojité Brownovo exponenciální vyrovnávání a jeho obdoba aplikovaná na transformovaná data a jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání, z modelů metodologie Boxe a Jenkinse se jako nejvhodnější jeví model náhodné procházky s posunem a jeho obdoba aplikovaná na transformovaná data.

Výsledky modelování ročních časových řad velmi krátkých nelze zobecnit ani v jednom případě, lze je prezentovat pouze v rámci této práce, nikoliv obecně.

Čtvrtletní časové řady – dlouhé $n \geq 40$

Výsledky byly pořízeny z modelování celkem 16 čtvrtletních časových řad dlouhých..

Na základě uvedeného testového kritéria bylo vypočteno, že statisticky významný počet použitelnosti jednotlivých modelů je 10 výskytů tj. 62,5%. Jinak řečeno, u modelů, které nedosáhnou zmíněných čísel, není možné potvrdit, zda-li jsou použitelné obecně. Výsledky, které dosahují či převyšují hodnotu 10-ti výskytů resp. 62,5% je možné zobecnit.

Hodnocení při vypočtené $MAPE \leq 5$

Tabulka č. 13 představuje kompletní seznam modelů, jejichž použitelnost, a tedy v tomto případě i vhodnost, je zobecnitelná. Jako nejvhodnější modely pro modelování čtvrtletní časových řad dlouhých se jeví modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxe a Jenkinse. Za zmínku stojí, že mezi úspěšnými modely lze nalézt i jeden model analytického vyrovnávání a to **trendovou S-funkci**.

Tabulka č. 13: Časové řady čtvrtletní – dlouhé ($MAPE \leq 5$)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
-------	-------------------------	-------------

Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	14	87,50
Sezónní exponenciální vyrovnávání	14	87,50
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	13	81,25
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	13	81,25
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	13	81,25
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	13	81,25
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	13	81,25
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	13	81,25
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	13	81,25
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	13	81,25
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	13	81,25
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	13	81,25
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikační varianta	13	81,25
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	12	75,00
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	12	75,00
Holtovo exponenciální vyrovnávání	12	75,00
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	12	75,00
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	12	75,00
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	12	75,00
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	12	75,00
Model náhodné procházky s posunem	12	75,00
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	11	68,75
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	11	68,75
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	11	68,75
Trendová S-křivka	11	68,75
AR(1)	10	62,50
AR(2)	10	62,50
ARIMA(1,1,1) NOINT	10	62,50
ARMA(1,1)	10	62,50
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	10	62,50
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	10	62,50
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	10	62,50

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

V tabulce č. 14 je uveden přehled vhodných modelů, které také splňují podmínku obecné použitelnosti. V tabulce č. 14 je také patrné větší zastoupení modelů analytického vyrovnávání. Modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxe a Jenkinse opět prokázaly, že jejich použitelnost pro modelování této skupiny řad je oprávněná.

Tabulka č. 14: Časové řady čtvrtletní – dlouhé (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	15	57.69
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	15	57.69
Holtovo exponenciální vyrovnávání	15	57.69
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	15	57.69
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	15	57.69
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	57.69
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	57.69
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	57.69
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	57.69
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	15	57.69
Trendová S-křivka	15	57.69
Sezónní exponenciální vyrovnávání	15	57.69
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	15	57.69
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	15	57.69
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	14	53.85
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	14	53.85
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	14	53.85
Model náhodné procházky s posunem	14	53.85
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	13	50.00
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	13	50.00
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	13	50.00
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	13	50.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikační varianta	13	50.00
AR(1)	12	46.15
Lineární trendová funkce	12	46.15
Lineární trendová funkce se sezónními členy	12	46.15
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	46.15

ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	46.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	12	46.15
Lineární trendová funkce se sezónními členy aplikovaná na transformovaná data	12	46.15
AR(2)	11	42.31
ARIMA(1,1,1) NOINT	11	42.31
Exponential Trend	11	42.31
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	11	42.31
ARIMA(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	11	42.31
Lineární trendová funkce aplikovaná na transformovaná data	11	42.31
Kvadratická trendová funkce aplikovaná na transformovaná data	11	42.31
Logistická trendová funkce	11	42.31
Kvadratická trendová funkce	11	42.31
ARIMA(0,1,1)s NOINT	10	38.46
ARMA(1,1)	10	38.46
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	10	38.46
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	10	38.46

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Aby bylo možné porovnat výsledky čtvrtletních časových řad s výsledky ročních časových – tj. sestavit rozhodovací schéma při stejné hladině MAPE, jsou pro časové řady čtvrtletní uvedeny i výsledky použitelnosti jednotlivých modelů při hladině MAPE do 15%.

Tabulka č. 15: Časové řady čtvrtletní – dlouhé (MAPE ≤ 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	16	100,00
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	16	100,00
Holtovo exponenciální vyrovnávání	16	100,00
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	16	100,00
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	16	100,00
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	16	100,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	16	100,00
Sezónní exponenciální vyrovnávání	16	100,00
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	16	100,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	16	100,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikativní varianta	16	100,00

ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	15	93,75
Exponential Trend	15	93,75
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	15	93,75
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	93,75
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	93,75
Lineární trendová funkce aplikovaná na transformovaná data	15	93,75
Lineární trendová funkce se sezónními členy aplikovaná na transformovaná data	15	93,75
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	15	93,75
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	15	93,75
Logistická trendová funkce	15	93,75
Trendová S-křivka	15	93,75
Model náhodné procházky s posunem	15	93,75
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	14	87,50
Lineární trendová funkce	14	87,50
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	14	87,50
Lineární trendová funkce se sezónními členy	14	87,50
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	14	87,50
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	14	87,50
AR(1)	13	81,25
AR(2)	13	81,25
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	13	81,25
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	13	81,25
Kvadratická trendová funkce aplikovaná na transformovaná data	13	81,25
ARIMA(1,1,1) NOINT	12	75,00
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	12	75,00
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	75,00
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	75,00
Kvadratická trendová funkce	12	75,00
ARMA(1,1)	11	68,75
ARIMA(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	11	68,75
ARIMA(0,1,1)s NOINT	10	62,50
ARMA(1,2)	10	62,50
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	10	62,50

V tabulce č. 15 je uveden kompletní seznam modelů, jejichž výsledky lze zobecnit.

Patří mezi ně jak modely exponenciálního vyrovnávání, modely Boxe a Jenkinse, tak i modely analytického vyrovnávání.

Čtvrtletní časové řady – krátké $n < 40$

Výsledky byly pořízeny z modelování celkem 15 ročních časových řad dlouhých.

Na základě uvedeného testového kritéria bylo vypočteno, že statisticky významný počet použitelnosti jednotlivých modelů je 9 výskytů tj. 60% (tzn., že vypočtená relativní četnost 60% se statisticky významně neliší od teoretické hodnoty). Jinak řečeno, u modelů, které nedosáhnou zmíněných čísel, není možné potvrdit, zda-li jsou použitelné obecně u ročních časových řad z agrárního sektoru národního hospodářství České republiky. Výsledky, které dosahují či převyšují hodnotu 9-ti výskytů, resp. 60%, je možné zobecnit.

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 5

V tabulce č.16 je opět uveden seznam všech modelů jejichž výsledky je možné zobecnit.

Jako nejvhodnější modely pro modelování čtvrtletních časových řad krátkých se jeví modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxe a Jenkinse. Při modelování krátkých časových řad čtvrtletních se zvýšil počet použitelnosti modelů analytického vyrovnávání, které byly jako vhodné (a také zobecnitelné) pro modelování daných časových řad vypočteny 3 při hodnotě MAPE 5% oproti 1 modelu u dlouhých čtvrtletních časových řad.

Tabulka č. 16: Časové řady čtvrtletní – krátké (MAPE ≤ 5)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	13	86,67
Sezónní exponenciální vyrovnávání	13	86,67
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	12	80,00
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	80,00
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	12	80,00
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	12	80,00
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	12	80,00

AR(1)	11	73,33
AR(2)	11	73,33
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	11	73,33
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	11	73,33
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	11	73,33
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	11	73,33
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	11	73,33
Model náhodné procházky s posunem	11	73,33
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	10	66,67
Holtovo exponenciální vyrovnávání	10	66,67
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	10	66,67
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	10	66,67
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	10	66,67
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	10	66,67
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	10	66,67
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikativní varianta	10	66,67
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	10	66,67
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	9	60,00
Lineární trendová funkce se sezónními členy	9	60,00
Lineární trendová funkce se sezónními členy aplikovaná na transformovaná data	9	60,00
Trendová S-křivka	9	60,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikativní varianta	9	60,00

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

Pro úplnost jsou také uvedeny výsledky při MAPE do 10% (tabulka č. 17) a následně také do 15% (tabulka č. 18). Výsledky v obou tabulkách potvrdily vhodnost použití modelů patřící do všech popsaných skupin modelů.

Tabulka č. 17: Časové řady čtvrtletní – krátké (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	15	57.69
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	15	57.69
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	15	57.69
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	57.69
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	57.69

Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	15	57.69
AR(1)	14	53.85
AR(2)	14	53.85
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	14	53.85
Sezónní exponenciální vyrovnávání	14	53.85
Holtovo exponenciální vyrovnávání	13	50.00
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	13	50.00
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	13	50.00
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	13	50.00
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	13	50.00
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	13	50.00
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	13	50.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	13	50.00
Trendová S-křivka	13	50.00
Model náhodné procházky s posunem	13	50.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	13	50.00
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	12	46.15
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	12	46.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	12	46.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikační varianta	12	46.15
Lineární trendová funkce se sezónními členy	11	42.31
Lineární trendová funkce se sezónními členy aplikovaná na transformovaná data	11	42.31
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	10	38.46
Exponential Trend	10	38.46
Lineární trendová funkce	10	38.46
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	10	38.46
Lineární trendová funkce aplikovaná na transformovaná data	10	38.46
Logistická trendová funkce	10	38.46

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Výsledky uvedené v tabulce č. 18 představují modely, jejichž použití je zobecnitelné. Jako vhodné se jeví použití modelů exponenciálního vyrovnávání, modelů analytického vyrovnávání a také modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie.

Tabulka č. 18: Časové řady čtvrtletní – krátké (MAPE \leq 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	15	100,00
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	15	100,00
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	15	100,00
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	100,00
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	100,00
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	15	100,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	15	100,00
Sezónní exponenciální vyrovnávání	15	100,00
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	15	100,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	15	100,00
AR(1)	14	93,33
AR(2)	14	93,33
Holtovo exponenciální vyrovnávání	14	93,33
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	14	93,33
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	14	93,33
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	14	93,33
Model náhodné procházky s posunem	14	93,33
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	13	86,67
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	13	86,67
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	13	86,67
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	13	86,67
Trendová S-křivka	13	86,67
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	12	80,00
Exponential Trend	12	80,00
Lineární trendová funkce	12	80,00
Lineární trendová funkce se sezónními členy	12	80,00
Lineární trendová funkce aplikovaná na transformovaná data	12	80,00
Lineární trendová funkce se sezónními členy aplikovaná na transformovaná data	12	80,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	12	80,00
Logistická trendová funkce	12	80,00
Kvadratická trendová funkce	12	80,00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikační varianta	12	80,00
Kvadratická trendová funkce aplikovaná na transformovaná data	11	73,33
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	10	66,67
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	10	66,67

Celkové hodnocení výsledků pro skupinu čtvrtletních časových řad

Při modelování čtvrtletních časových řad došlo oproti modelování časových řad ročních k výraznému nárůstu použitelnosti modelů analytického vyrovnávání. Zejména pak u krátkých čtvrtletních časových řad se modely analytického vyrovnávání ve výsledcích objevují častěji.

Nicméně jako vhodnější se pro modelování čtvrtletních časových řad při 5% MAPE jeví modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxovy-Jenkinsovy.

V případě 15% MAPE je však nutno podotknout, že oprávněnost použití modelů analytického vyrovnávání je také významná a tedy lze doporučit použití jak modelů exponenciálního vyrovnávání, tak modelů Boxe a Jenkinse a také modelů analytického vyrovnávání.

Měsíční časové řady – velmi dlouhé $n \geq 90$

Výsledky byly pořízeny z modelování celkem 26 měsíčních časových řad - velmi dlouhých.

Na základě výše uvedeného testového kritéria bylo vypočteno, že statisticky významný počet použitelnosti jednotlivých modelů je 16 výskytů, tj. 61,54%. Jinak řečeno u modelů, které nedosáhnou zmíněných čísel není možné potvrdit, zda-li jsou použitelné obecně u měsíčních časových řad z agrárního sektoru národního hospodářství České republiky. Výsledky, které dosahují či převyšují hodnotu 16-ti výskytů resp. 61,54% je možné zobecnit.

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 5

Z tabulky č. 19 je patrné, že jako nejvhodnější se jeví modely Boxe a Jenkinse a také modely exponenciálního vyrovnávání. Avšak ani jeden zobrazený výsledek nelze zobecnit.

Tabulka č. 19: Časové řady měsíční – velmi dlouhé (MAPE ≤ 5)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	15	57.69
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	15	57.69
Model náhodné procházky s posunem	15	57.69
AR(1)	14	53.85
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	14	53.85
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	14	53.85
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	14	53.85
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	14	53.85
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	14	53.85
AR(2)	13	50.00
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	13	50.00
ARIMA(1,1,1)	13	50.00

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

Při modelování s MAPE do 10% byly zjištěné výsledky hodnotnější, než tomu bylo u hodnoty MAPE do 5%. Je možné tvrdit, že je vhodné použít jak modely exponenciálního vyrovnávání, tak i modely Boxe a Jenkinse a doporučeny mohou být i dva modely analytického vyrovnávání. Modely zobrazené v tabulce č. 20 je možné obecně použít.

Tabulka č. 20: Časové řady měsíční – velmi dlouhé (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
AR(2)	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	25	96.15
ARMA(1,1)	25	96.15

ARMA(1,2)	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	25	96.15
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Log ARMA(1,2)	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
AR(1)	24	92.31
ARMA(2,1)	24	92.31
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	24	92.31
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	24	92.31
Holtovo exponenciální vyrovnávání	24	92.31
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
Sezónní exponenciální vyrovnávání	24	92.31
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	24	92.31
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	24	92.31
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikační varianta	24	92.31
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	23	88.46
ARIMA(1,1,1)	23	88.46
ARIMA(1,1,1) NOINT	23	88.46
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
ARMA(2,1) aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
ARMA(2,2) aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
ARMA(2,2)	20	76.92
MA(2)	20	76.92
ARIMA(2,1,0)(0,1,1)s NOINT	18	69.23
ARIMA(0,1,1)(0,1,1)s aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARIMA(0,1,2)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	18	69.23

ARIMA(2,1,0)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARIMA(0,1,1)(0,1,1)s	17	65.38
ARIMA(0,1,2)(0,1,1)s NOINT	17	65.38
MA(2) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
ARMA(1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Pro možnost porovnání veškerých modelů je přiložena i tabulka s modelováním při MAPE do 15%. V tabulce č. 21 jsou zobrazeny modely, jež jsou využitelné v praxi. Jako obecně vhodné a použitelné se jeví modely ze všech tří skupin modelů.

Tabulka č. 21: Časové řady měsíční – velmi dlouhé (MAPE ≤ 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	26	100.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikativní varianta	26	100.00
AR(1)	25	96.15
AR(2)	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	25	96.15
ARMA(1,1)	25	96.15
ARMA(1,2)	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	25	96.15
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARMA(1,2) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15

Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
MA(2)	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikativní varianta	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	24	92.31
ARIMA(1,1,1)	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT	24	92.31
ARMA(2,1)	24	92.31
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
Sezónní exponenciální vyrovnávání	24	92.31
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
ARMA(2,1) aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
ARMA(2,2) aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
MA(2) aplikovaný na transformovaná data	22	84.62
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
ARMA(2,2)	20	76.92
MA(1) aplikovaný na transformovaná data	19	73.08
ARIMA(2,1,0)(0,1,1)s NOINT	18	69.23
ARIMA(0,1,1)(0,1,1)s aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARIMA(0,1,2)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARIMA(2,1,0)(0,1,1)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARIMA(0,1,1)(0,1,1)s	17	65.38
ARIMA(0,1,2)(0,1,1)s NOINT	17	65.38
MA(1)	17	65.38
Trendová S-křivka	17	65.38
Lineární trendová funkce	16	61.54
Lineární trendová funkce se sezónními členy	16	61.54
ARMA(1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54

Měsíční časové řady – dlouhé $60 \leq n < 90$

Výsledky byly pořízeny z modelování celkem 26 měsíčních časových řad - dlouhých.

Na základě použitého testového kritéria bylo vypočteno, že statisticky významný počet použitelnosti jednotlivých modelů je 16 výskytů tj. 61,54%. Jinak řečeno u modelů, které nedosáhnou zmíněných čísel, není možné potvrdit, zda-li jsou použitelné obecně u měsíčních časových řad z agrárního sektoru národního hospodářství České republiky. Výsledky, které dosahují či převyšují hodnotu 16-ti výskytů resp. 61,54%, je možné zobecnit.

Hodnocení při vypočtené $MAPE \leq 5$

Z tabulky č. 22 je patrné, že jako nejvhodnější se jeví modely exponenciálního vyrovnávání a Boxovy-Jenkinsovy modely. Modely s počtem úspěšných použití 16 a více je možné výsledkově zobecnit.

Tabulka č. 22: Časové řady měsíční –dlouhé ($MAPE \leq 5$)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	17	65.38
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	17	65.38
ARIMA(1,1,1)	16	61.54
ARIMA(1,1,1) NOINT	16	61.54
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	16	61.54
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	16	61.54
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
Model náhodné procházky s posunem	16	61.54

Pro úplnost jsou uvedeny i výsledky při MAPE do 10% a také MAPE do 15% viz. tabulky č. 23 a č. 24.

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

Obecně použitelné modely je možné nalézt v tabulce č. 23. Tato tabulka obsahuje modely ze všech tří použitých skupin modelů.

Tabulka č. 23: Časové řady měsíční –dlouhé (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
AR(1)	25	96.15
AR(2)	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	25	96.15
ARIMA(1,1,1) NOINT	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	25	96.15
ARMA(1,1)	25	96.15
ARMA(1,2)	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	25	96.15
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15

Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikativní varianta	25	96.15
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARMA(1,2) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1)	23	88.46
ARMA(1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
ARMA(2,1)	20	76.92
MA(2)	19	73.08
ARMA(2,1) aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARMA(2,2) aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
MA(2) aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARMA(2,2)	16	61.54

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

V tabulce č. 24 jsou zobrazeny modely, které je možné obecně použít při modelování časových řad z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství ČR. Podobně jako u hodnocení daných časových řad při MAPE do 10% obsahuje tabulka č. 24 modely pocházející ze všech použitých skupin modelů.

Tabulka č. 24: Časové řady měsíční – dlouhé (MAPE ≤ 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	26	100.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	26	100.00
Sezónní exponenciální vyrovnávání	26	100.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	26	100.00
AR(1)	25	96.15
AR(2)	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	25	96.15
ARIMA(1,1,1) NOINT	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	25	96.15
ARMA(1,1)	25	96.15
ARMA(1,2)	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	25	96.15

Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	25	96.15
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikatívni varianta	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikatívni varianta	25	96.15
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARMA(1,2) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1)	23	88.46
MA(2)	22	84.62
ARMA(1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
MA(2) aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
ARMA(2,1)	20	76.92
ARMA(2,1) aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARMA(2,2) aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
MA(1) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
ARMA(2,2)	16	61.54
Trendová S-křivka	16	61.54

Měsíční časové řady – střední $30 \leq n < 60$

Počet vhodných použití pro zobecnění výsledků je pro měsíční časové řady – střední ($30 \leq n < 60$) stejný jako pro měsíční časové řady velmi dlouhé a dlouhé tj. 16 výskytů resp. 61,54%.

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 5

Podobně jak tomu bylo u měsíčních časových řad dlouhých, tak i u středních měsíčních časových řad bylo dosaženo kvalitních výsledků (použitelných v praxi) už při hodnotě MAPE do 5%. Jako nejvhodnější se jeví modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxe a Jenkinse (viz. tabulka č. 25).

Tabulka č. 25: Časové řady měsíční – střední (MAPE ≤ 5)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	17	65.38
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	17	65.38
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	16	61.54

Pro úplnost jsou uvedeny i výsledky při MAPE do 10% a také MAPE do 15%, viz. tabulky č. 26 a č. 27.

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 10

V tabulce č. 26 je uveden kompletní seznam výsledků získaných z modelování měsíčních středních časových řad, které jsou obecně použitelné pro modelování časových řad z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství ČR.

Tabulka č. 26: Časové řady měsíční – střední (MAPE ≤ 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
AR(1)	25	96.15
AR(2)	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	25	96.15
ARMA(1,1)	25	96.15
ARMA(1,2)	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	25	96.15
ARIMA(1,1,1)	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT	24	92.31
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	24	92.31
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARMA(1,2) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikační varianta	24	92.31
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikační varianta	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	22	84.62
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	22	84.62
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	22	84.62
ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	19	73.08

ARMA(2,1)	18	69.23
ARMA(1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARMA(2,1) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
MA(2) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Podobně jako u předcházející skupiny časových řad (měsíčních - dlouhých) se při hodnotě MAPE do 15% mezi úspěšnými modely vyskytují kromě Boxový-Jenkinsových modelů a modelů exponenciálního vyrovnávání také dva zástupci skupiny modelů analytického vyrovnávání, jejichž výsledky jsou zobecnitelné.

Tabulka č. 27: Časové řady měsíční – střední (MAPE ≤ 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	26	100.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	26	100.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikativní varianta	26	100.00
Sezónní exponenciální vyrovnávání	26	100.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	26	100.00
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikativní varianta	26	100.00
AR(1)	25	96.15
AR(2)	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	25	96.15
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	25	96.15
ARMA(1,1)	25	96.15
ARMA(1,2)	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Holtovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami	25	96.15
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15

Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
ARIMA(1,1,1)	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT	24	92.31
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
ARMA(1,2) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data	24	92.31
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	23	88.46
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	22	84.62
MA(2) aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
ARMA(1,2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	19	73.08
MA(2)	19	73.08
ARMA(2,1)	18	69.23
ARMA(1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
ARMA(2,1) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
MA(1) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38

Měsíční časové řady – krátké $n < 30$

Také pro skupinu měsíčních časových řad krátkých je hranice počtu vhodných použití pro zobecnění výsledků stejná jako pro měsíční časové řady velmi dlouhé, dlouhé a střední - tj. 16 výskytů resp. 61,54%.

Hodnocení při vypočtené $MAPE \leq 5$

Při hodnocení krátkých měsíčních časových řad je nutno poznamenat, že zkrácení na méně než 30 údajů vedlo ke zhoršení kvality modelování časových řad. Stále však platí, že nejvhodnější modely jsou Boxovy-Jenkinsovy modely a modely exponenciálního vyrovnávání. Zobecnitelný je však pouze jeden model z Boxovy-Jenkinsovy metodologie.

Tabulka č. 28: Časové řady měsíční – krátké (MAPE \leq 5)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	14	53.85
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	14	53.85
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	14	53.85
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	13	50.00
Model náhodné procházky s posunem	13	50.00
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	12	46.15
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	12	46.15

Hodnocení při vypočtené MAPE \leq 10

V případě zvýšení hodnoty MAPE na 10% lze získané výsledky zobecnit (viz. Tabulka č. 29). Jedná se o zobecnitelné výsledky ze skupin modelů exponenciálního vyrovnávání a Boxových-Jenkinsových modelů.

Tabulka č. 29: Časové řady měsíční – krátké (MAPE \leq 10)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovnávání	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání	25	96.15
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem	22	84.62
Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	22	84.62
Holtovo exponenciální vyrovnávání	21	80.77
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	21	80.77
ARIMA(1,1,1) NOINT	20	76.92
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	20	76.92

AR(1)	19	73.08
AR(2)	19	73.08
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	18	69.23
Wintersovo exponenciální vyrovňávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	18	69.23
ARIMA(1,1,1)	17	65.38
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	16	61.54
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	16	61.54
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	16	61.54

Hodnocení při vypočtené MAPE ≤ 15

Pro vytvoření rozhodovacího schématu bude použito modelů z tabulky č. 30. Stejně jako u výsledků při vypočtené hladině MAPE do 10% lze i v tomto případě zobecnit pouze výsledky modelů exponenciálního vyrovňávání a modelů Boxe a Jenkinse.

Tabulka č. 30: Časové řady měsíční – krátké (MAPE ≤ 15)

MODEL	Počet úspěšných použití	% vyjádření
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovňávání	25	96.15
AR(1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
AR(2) NOINT aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Dvojitě Brownovo exponenciální vyrovňávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovňávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovňávání aplikované na transformovaná data	25	96.15
Model náhodné procházky s posunem	25	96.15
Sezónní exponenciální vyrovňávání	25	96.15
Jednoduché Brownovo exponenciální vyrovňávání	25	96.15
AR(1)	24	92.31
AR(2)	24	92.31
Exponenciální vyrovňávání s tlumeným trendem	24	92.31
Holtovo exponenciální vyrovňávání	24	92.31
AR(2) aplikovaný na transformovaná data	24	92.31
Exponenciální vyrovňávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data	24	92.31
AR(1) aplikovaný na transformovaná data	23	88.46

Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data	23	88.46
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - aditivní varianta	23	88.46
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - aditivní varianta	22	84.62
ARIMA(1,1,1) NOINT aplikovaný na transformovaná data	21	80.77
ARIMA(1,1,1) NOINT	20	76.92
ARMA(1,1) aplikovaný na transformovaná data	19	73.08
ARMA(1,1)	18	69.23
ARIMA(1,1,1)	17	65.38
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
ARIMA(1,1,1) aplikovaný na transformovaná data	17	65.38
Wintersovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data - multiplikativní varianta	17	65.38
Wintersovo exponenciální vyrovnávání - multiplikativní varianta	17	65.38
ARIMA(0,1,1)(1,0,0)s NOINT	16	61.54
ARIMA(2,0,0)(1,0,0)s	16	61.54

Celkové hodnocení výsledků pro skupinu měsíčních časových řad

Při modelování měsíčních časových řad došlo (při hodnotě MAPE do 15%) k enormnímu nárůstu vhodných modelů. Většina použitelných modelů je ze skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání a modelů Boxových-Jenkinsových. V několika případech byly jako vhodné modely označeny modely analytického vyrovnávání (u velmi dlouhých, dlouhých a středních časových řad měsíčních). Použitelnost v praxi je velmi vysoká.

Podrobné grafické znázornění bude uvedeno v následující kapitole „Konstrukce rozhodovacího schématu“.

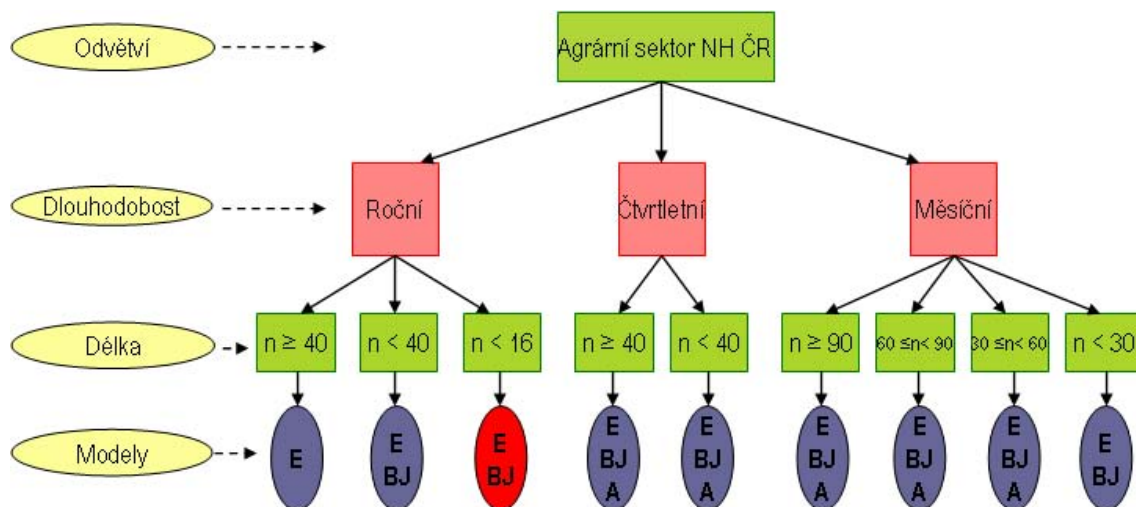
Konstrukce rozhodovacího schématu

Klíčovým výsledkem dané práce je návrh rozhodovacího schématu, které prezentuje použití jednotlivých skupin modelů, resp. jednotlivých modelů na modelování časových řad z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství ČR. Z uvedených výsledků je možné sestavit několik dílčích rozhodovacích schémat, které lze rozčlenit podle hodnoty MAPE (do 5%, 10% a do 15%), dále pak je možné uvádět jak skupiny modelů, tak je možné výsledky přesně rozepsat dle úspěšnosti dílčích modelů.

Pro splnění cílů uvedených v rešeršní části bylo třeba vytvořit rozhodovací schéma, které je strukturované dle jednotlivých skupin časových řad, dále pak dle jejich délky.

Rozhodovací schéma bude tvořeno výsledky z modelování, kde byla stanovena hranice pro hodnotu MAPE do 15%. Jak uvedené výsledky potvrdily, tato hranice zaručí, že zobrazené výsledky bude možné uplatnit i v praxi (pokud budou zařaditelné do rozhodovacího schématu podle svých vlastností, jako je periodicitu získávání údajů či stanovená délka časové řady), tzn. na veškeré časové řady z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství České republiky.

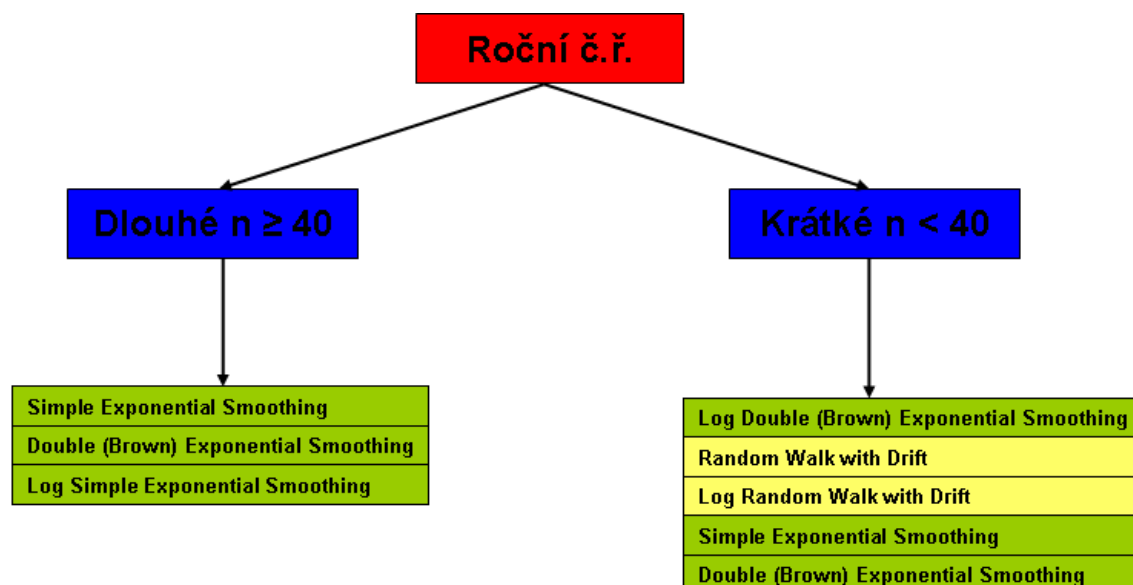
Vytvořené rozhodovací schéma bude poté rozpracováno detailněji - posledními články schématu budou jednotlivé modely, jejichž výsledky bude možné zobecnit.

Obrázek č. 5: Rozhodovací schéma časových řad v AS NH ČR

Z obrázku č. 5, který představuje rozhodovací schéma časových řad v agrárním sektoru národního hospodářství ČR, lze získat přehled obecné použitelnosti daných skupin modelů pro modelování časových řad z agrárního sektoru NH ČR. Výjimku tvoří výsledky pro velmi krátké časové řady roční, jejich výsledky nelze použít v praxi, ale pouze v rámci této disertační práce.

Vzhledem k počtu modelů v jednotlivých skupinách bude třeba specifikovat použitelné modely v následujících schématech.

Obrázek č. 6: Rozhodovací schéma – podskupina roční časové řady



V obrázku č. 6 je podrobněji rozpracována část rozhodovacího schématu z obrázku č. 5, přesněji řečeno část popisující výsledky získané pro roční časové řady. Znárodněné modely jsou obecně vhodné pro modelování ročních časových řad s počtem údajů $n \geq 40$ a $n < 40$ - modely exponenciálního vyrovnávání (zeleně) a modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie (žlutě).

Pro roční časové řady s počtem údajů 40 a více jsou tedy jako nejvhodnější a v praxi použitelné modely jednoduchého Brownova exponenciálního vyrovnávání a jeho obdoby použitého na transformovaná data a dvojitě Brownova exponenciálního vyrovnávání.

Pro roční časové řady s počtem údajů méně než 40 jsou nejvhodnější z modelů exponenciálního vyrovnávání dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání a jeho obdoba aplikovaná na transformovaná data a jednoduché Brownovo exponenciální vyrovnávání. Z modelů metodologie Boxe a Jenkinse se jako nejvhodnější jeví model náhodné procházky s posunem a jeho obdoba aplikovaná na transformovaná data. Použití modelů analytického vyrovnávání pro modelování ročních časových řad z oblasti agrárního sektoru NH ČR nebylo dle dosažených výsledků shledáno jako vhodné.

Obrázek č. 7: Rozhodovací schéma – podskupina čtvrtletní časové řady



Obrázek č. 7 znázorňuje konkrétní použitelné modely v praxi pro okruh čtvrtletních časových řad z daného odvětví, zeleně modely exponenciálního vyrovnávání, žlutě modely Boxovy-Jenkinsovy a červeně modely analytického vyrovnávání. Je třeba poznamenat, že modely jsou seřazeny podle abecedy (všechny zobrazené modely jsou obecně použitelné), aniž by se bral ohled na počet jejich vhodných použití. Vzhledem k výsledkům otestování jsou tyto modely z hlediska vhodnosti a použitelnosti **rovnocenné**.

Použití modelů analytického vyrovnávání pro modelování sezónních časových řad se jeví jako opodstatněnější zejména v případech čtvrtletních časových řad z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství ČR.

Obrázek č. 8 zobrazuje přehled použitelných modelů pro jednotlivé podskupiny měsíčních časových řad z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství ČR. Jak je patrné, použití modelů analytického vyrovnávání, se oproti čtvrtletním časovým řadám snížilo a ve skupině měsíčních časových řad s počtem údajů méně než 30 se nevyskytl jediný model ze skupiny modelů analytického vyrovnávání, jehož použití by bylo vhodné zobecnit. Nejvíce jsou zastoupeny modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxe a Jenkinse.

Opět jsou modely seřazeny abecedně a jejich použitelnost je rovnocenná.

Obrázek č. 8: Rozhodovací schéma – podskupina měsíční časové řady



ZÁVĚR

Závěrečná kapitola je vyhrazena pro zhodnocení disertační práce z hlediska splnění vytyčených cílů.

Práce se zabývala studiem interpolačních vlastností a naznačením extrapoláčnických vlastností rozsáhlého okruhu modelů časových řad. Pro splnění cílů práce, které byly formulovány v úvodu (str. 10 Cíle disertační práce), byla realizována rozsáhlá empirická studie na souboru 321 časových řad, z toho 186 bylo časových řad ročních, 31 časových řad čtvrtletních a 104 časových řad měsíčních.

Jednalo se o reálné časové řady ukazatelů agrárního sektoru národního hospodářství ČR. Pro dosažení reprezentativity tohoto souboru byly do studie zařazeny řady různého charakteru s různou délkou referenčního období, resp. s různým začátkem referenčního období.

V kapitole „Výsledky práce“ jsou uvedeny jednotlivé dílčí kroky, které vedly až k samotnému a konečnému návrhu rozhodovacího schématu pro požadovanou datovou oblast. Výsledky ukázaly, že i přes složitou stochastickou strukturu sledovaných časových řad lze identifikovat relativně úzký okruh modelů, které jsou pro analýzu těchto časových řad použitelné.

Identifikování těchto modelů bylo prováděno na skupinách časových řad ročních, čtvrtletních a měsíčních, které se následně rozdělily dle délky na dlouhé a krátké, příp. na velmi dlouhé, střední či velmi krátké.

Modelování skupiny ročních časových řad dlouhých vykazovalo úspěšné použití modelů exponenciálního vyrovnávání. Pro krátké roční časové řady se pak jako nejvhodnější pro použití jeví, ve schématu znázorněné, modely exponenciálního vyrovnávání a modely Boxe a Jenkinse. Při modelování čtvrtletních časových řad dlouhých je dle zjištěných výsledků možné použít vybrané modely exponenciálního vyrovnávání, vybrané modely z Boxovy-Jenkinsovy metodologie a také vybrané modely klasické analýzy (trendové funkce). Obdobně lze formulovat i výsledky pro skupinu krátkých čtvrtletních časových řad. Také pro skupinu měsíčních časových řad lze použít modely napříč všemi popsanými skupinami modelů (kromě krátkých

měsíčních časových řad). Jmenovité vyjádření použitelných modelů je prezentováno v dané části rozhodovacího schématu. Celé rozhodovací schéma je pak klíčovým výsledkem dané práce.

Pro možné využití v praxi je třeba dodržet parametry členění dané řady tzn. časové řady zařadit do patřičné větve rozhodovacího schématu - dle jejich periodicity zjišťování dat (tedy na roční, čtvrtletní nebo měsíční) a jejich délky (dle hodnot uvedených ve schématu).

Při dodržení zmíněného postupu je využitelnost získaných výsledků velmi vysoká a tím může velice urychlit vlastní zpracování časové řady.

Závěry nelze mechanicky generalizovat a studie by měla být pravidelně doplňována, aktualizována o nové údaje. Identifikované modely v navrženém rozhodovacím schématu nemusí být optimálními modely všech časových řad z oblasti agrárního sektoru národního hospodářství ČR, ale výsledky prokazují, že u většiny časových řad by měly být vhodným analytickým prostředkem.

Identifikace modelů vycházela z kvantitativních statistických kritérií a je třeba zdůraznit, že při aplikaci identifikovaných modelů je třeba brát v úvahu i věcná kritéria a typ analyzované časové řady. Model u jedné časové řady považovaný za velmi přijatelný se u jiné časové řady může projevit jako zcela nepoužitelný.

Je třeba také zdůraznit, že práce byla zaměřena na interpolaci daných časových řad, extrapolace uvedených časových řad nebyla prováděna a ani nebylo smyslem této práce tvořit prognózy pro dané časové řady. Lze ovšem usuzovat, že na základě získaných výsledků (z interpolačního modelování) bude možné modely uvedené v rozhodovacím schématu, tedy vhodné pro modelování, použít i pro extrapolační modelování. Pokud je mechanismus minulého vývoje dané časové řady kvalitně popsán, lze usuzovat, že tento mechanismus bude pokračovat i do budoucna.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Arlt, J.: Moderní metody modelování ekonomických časových řad, Grada, Praha, 1999.
- [2] Tvrdoň, J.: Ekonometrie, ČZU Praha,
- [3] Hindls, R.-Hronová, S.-Novák, I.: Metody statistické analýzy pro ekonomy, Praha 2000.
- [4] Arlt, J.-Arltová, M.- Rulíková, E.: Analýza ekonomických časových řad s příklady, VŠE, Praha 2002.
- [5] Cipra T.: Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii. SNTL, Praha 1986
- [6] Blatná, D.: K pokusu vytvořit praktickou pomůcku volby metody pro extrapolaci časových řad. Statistika.
- [7] Blatná, D.: Kritéria výběru vhodného modelu ekonomické časové řady. Statistika.
- [8] Reid, D. J.: Review of Short Term Projection Techniques. London Operational Research Society, 1975.
- [9] Kvasnička, M. - Vašíček, O.: Úvod do analýzy časových řad, 2001
- [10] Anděl, J.: Statistická analýza časových řad. SNTL, Praha 1976
- [11] Newbold, P. – Granger , C.W.J.: Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecast. JR Static. Soc., A 1974.
- [12] SAS/ETS User's Guide, Version 6. SAS Institute Inc., Cary, USA 1993.
- [13] Arlt, J.-Arltová, M.: Finanční časové řady. Grada Publishink, Praha 2003
- [14] Kába, B.: Modelování a prognózování časových řad zemědělských ukazatelů užitím systému SAS. Sborník příspěvků ze IV. Ročníku mezinárodní vědecké konference Agroregion 2002, České Budějovice, 2002
- [15] Kába, B.: Prognózování sezónních časových řad zemědělských ukazatelů pomocí SARIMA modelů. Sborník vědeckých prací z mezinárodního semináře KS a KOSA, ČZU, Praha, 2002

PŘÍLOHY

Oddíl s přílohami je rozdělen do dvou částí: Tabulková část a CD příloha. V tabulkové části jsou zobrazeny všechny dílčí výsledky pro každou jednotlivou časovou řadu. V CD příloze pak rozsáhlá kontingenční tabulka, která sloužila pro přehlednější práci se získanými výsledky a také obsahuje konkrétní hodnoty časových řad.

Tabulková část